

HP 50g calculadora gráfica

manual del usuario



i n v e n t

Edición 1

Número de parte de HP F2229AA-90005

Nota

REGISTRO SU PRODUCTO EN : www.register.hp.com

ESTE MANUAL Y CUALQUIER EJEMPLO CONTENIDO AQUÍ SE OFRECEN "TAL COMO ESTÁN" Y ESTÁN SUJETOS A CAMBIOS SIN PREVIO AVISO. LA COMPAÑÍA HEWLETT-PACKARD NO OFRECE GARANTÍAS DE NINGÚN TIPO CON RESPECTO A ESTE MANUAL, INCLUYENDO, PERO NO LIMITÁNDOSE A LAS GARANTÍAS IMPLÍCITAS DE COMERCIALIZACIÓN, HEWLETT-PACKARD CO. NO SE HARÁ RESPONSABLE DE NINGÚN ERROR O DE DAÑOS INCIDENTALS CONSECUENTES ASOCIADOS A LA PROVISIÓN, FUNCIONAMIENTO O USO DE ESTE MANUAL O A LOS EJEMPLOS AQUÍ CONTENIDOS.

© Copyright 2003, 2006 Hewlett-Packard Development Company, L.P.

La reproducción, adaptación o traducción de este manual está prohibida sin previo permiso de la compañía Hewlett-Packard, excepto cuando lo permitan las leyes de derecho de autor.

Hewlett-Packard Company
4995 Murphy Canyon Rd,
Suite 301
San Diego, CA 92123

Historial de impresión

Edición 1

Abril de 2006

Prefacio

Usted tiene en sus manos una calculadora que es efectivamente un ordenador (computador, computadora) simbólico y numérico que facilita el cálculo y análisis matemáticos de problemas en una gran variedad de disciplinas, desde matemáticas elementales hasta temas avanzados de ciencia e ingeniería.

Este manual contiene ejemplos que ilustran el uso de las funciones y operaciones básicas de la calculadora. Los capítulos de este manual se organizan en orden de dificultad: comenzando por la selección de los modos de operación de la calculadoras, pasando a cálculos con números reales y complejos, operaciones con listas, vectores y matrices, gráficas, aplicaciones en el cálculo diferencial e integral, análisis vectorial, ecuaciones diferenciales, probabilidad, y estadística.

Para ejecutar operaciones simbólicas la calculadora incluye un poderoso Sistema Algebraico Computacional (Computer Algebraic System, o CAS), que permite seleccionar diferentes modos de operación, por ejemplo, números complejos vs. números reales, o modo exacto (simbólico) vs. Modo aproximado (numérico). La pantalla puede ajustarse para presentar los resultados en notación matemática, lo que puede ser útil cuando se trabaja con matrices, vectores, fracciones, sumatorias, derivadas, e integrales. Las gráficas de alta velocidad de la calculadora son convenientes para producir figuras complejas en un tiempo mínimo.

A través de la conexión infrarroja, el cable USB, el puerto RS 232 y el cable que se le entregará con la calculadora, puede conectar su calculadora a otras calculadoras u ordenadores (computadores, computadoras.) Esto permite un rápido y eficiente intercambio de datos con otras calculadoras y ordenadores (computadores, computadoras). La calculadora provee un puerto de tarjetas de memoria "flash" para facilitar el almacenamiento e intercambio de datos con otros usuarios.

Esperamos que su calculadora sea una compañera inseparable para Usted en sus actividades escolares y profesionales.

Nota: Los decimales que encontrará este manual están indicados por un punto decimal en lugar de una coma. Éste es el ajuste por defecto de la calculadora. Si prefiere trabajar con comas decimales, puede cambiar el ajuste por defecto. Para más información, consulte el Capítulo 1.

Índice de materias

Chapter 1 - Preliminares

Operaciones Básicas, 1-1

Baterías, 1-1

Encendido y apagado de la calculadora, 1-2

Ajustando el contraste de la pantalla, 1-2

Contenidos de la pantalla, 1-3

Menús, 1-3

El menú de herramientas (TOOL), 1-4

Cambiando la hora del día y la fecha , 1-4

Introducción al teclado de la calculadora, 1-5

Cambiando los modos de operación, 1-6

Modo operativo, 1-7

Formato de los números y punto o coma decimal, 1-10

Formato Estándar , 1-10

Formato con número de decimales fijo, 1-11

Formato científico, 1-12

Formato de ingeniería, 1-13

Coma vs. Punto decimales , 1-13

Medidas angulares, 1-14

Sistema de coordenadas, 1-15

Seleccionando opciones del CAS, 1-15

Explicación de las opciones del CAS, 1-17

Selección de los modos de la pantalla, 1-18

Selección del tipo de caracteres (font), 1-19

Selección de las propiedades del editor de línea, 1-20

Selección de las propiedades de la pantalla (Stack) , 1-20

Selección de las propiedades del escritor de ecuaciones (EQW), 1-21

Referencias, 1-22

Chapter 2 - Introducción a la calculadora

Objetos en la calculadora, 2-1

Edición de expresiones en la pantalla, 2-1

Creación de expresiones aritméticas, 2-1

Creación de expresiones algebraicas, 2-4

Uso del escritor de ecuaciones (EQW) para crear expresiones, 2-4

Creación de expresiones aritméticas, 2-5

Creación de expresiones algebraicas, 2-7

Organización de los datos en la calculadora, 2-8

El directorio HOME, 2-8

Sub-directorios, 2-9

Variables, 2-9

Escritura del nombre de variables , 2-10

Creación de variables, 2-11

Modo algebraico, 2-11

Modo RPN, 2-12

Examinando el contenido de una variable, 2-13

Modo algebraico, 2-13

Modo RPN, 2-13

Utilizando la tecla seguida de la tecla del menú, 2-14

Listado de las variables en la pantalla, 2-14

Eliminación de las variables, 2-15

Usando la función PURGE en la pantalla en Modo algebraico, 2-15

Utilizando la función PURGE en la pantalla en Modo RPN, 2-15

Las funciones UNDO y CMD , 2-16

Opciones CHOOSE boxes y Soft MENU, 2-16

Referencias, 2-19

Chapter 3 - Cálculos con números reales

Ejemplos de cálculos con números reales , 3-1

Utilizando potencias de 10 al escribir datos, 3-4

Las funciones de números reales en el menú MTH, 3-5

Usando los menús de la calculadora: , 3-6

Las funciones hiperbólicas y sus inversas, 3-6

Operaciones con unidades, 3-7

El menú de UNIDADES , 3-8

Unidades disponibles, 3-10

Agregando unidades a los números reales, 3-10

Prefijos de unidades, 3-11

Operaciones con unidades , 3-12

Conversión de unidades, 3-13

Constantes físicas en la calculadora, 3-13

Definiendo y usando funciones, 3-16

Referencia, 3-17

Chapter 4 - Cálculos con números complejos

Definiciones, 4-1

Seleccionando el modo complejo (COMPLEX), 4-1

Escritura de números complejos, 4-2

Representación polar de un número complejo, 4-3

Operaciones elementales con números complejos, 4-4

Los menús CMPLX , 4-4

El menú CMPLX a través del menú MTH , 4-4

El menú CMPLX en el teclado, 4-6

Funciones aplicadas a números complejos, 4-6

Función DROITE: la ecuación de una línea recta, 4-7

Referencia, 4-7

Chapter 5 - Operaciones algebraicas y aritméticas

Escritura de los objetos algebraicos, 5-1

Operaciones elementales con objetos algebraicos, 5-2

Funciones en el menú ALG , 5-4

Operaciones con funciones trascendentes, 5-6

Expansión y factorización utilizando las funciones log-exp, 5-6

Expansión y factorización utilizando funciones trigonométricas, 5-7

Funciones en el menú ARITHMETIC , 5-8

Polinomios, 5-9

La función HORNER , 5-9
La variable VX, 5-9
La función PCOEF, 5-10
La función PROOT, 5-10
Las funciones QUOT y REMAINDER, 5-10
La función PEVAL, 5-11

Fraciones, 5-11

La función SIMP2, 5-11
La función PROPFRAC , 5-11
La función PARTFRAC , 5-12
La función FCOEF, 5-12
La función FROOTS , 5-12

Operaciones con polinomios y fracciones, paso a paso, 5-13

Referencia, 5-14

Chapter 6 - Solución de las ecuaciones

Solución simbólica de las ecuaciones algebraicas, 6-1

La función ISOL , 6-1
La función SOLVE, 6-3
La función SOLVEVX, 6-4
La función ZEROS, 6-5

Menú de soluciones numéricas, 6-6

Ecuaciones polinómicas, 6-6
 Solución(es) de una ecuación polinómica, 6-7
 Generación de coeficientes de un polinomio dadas las raíces, 6-7
 Generación de una expresión algebraica para el polinomio, 6-8
Cálculos financieros, 6-9
Solución de ecuaciones con una sola incógnita con el NUM.SLV, 6-9
 La función STEQ, 6-9

Solución de ecuaciones simultáneas con MSLV, 6-11

Referencia, 6-12

Chapter 7 - Operaciones con listas

Creación y almacenamiento de listas, 7-1

Operaciones con listas de números, 7-1

Cambio de signo , 7-1

Adición, sustracción, multiplicación, y división, 7-1

Funciones aplicadas a listas, 7-4

Listas de números complejos, 7-4

Listas de objetos algebraicos, 7-5

El menú MTH/LIST , 7-5

La función SEQ, 7-7

La función MAP, 7-7

Referencia, 7-8

Chapter 8 - Vectores

La escritura de vectores, 8-1

Escritura de vectores en la pantalla, 8-1

Almacenamiento de vectores en variables, 8-2

Utilizando el escritor de matrices (MTRW) para escribir vectores, 8-3

Operaciones elementales con vectores, 8-5

Cambio de signo , 8-5

Adición, sustracción, 8-5

Multiplicación o división por un escalar, 8-6

Función valor absoluto, 8-6

El menú MTH/VECTOR, 8-7

Magnitud, 8-7

Producto escalar (producto punto) , 8-7

Producto vectorial (producto cruz), 8-8

Referencia, 8-9

Chapter 9 - Matrices y álgebra lineal

Escritura de matrices en la pantalla, 9-1

Utilizando el editor de matrices, 9-1

Como se hizo con los vectores (véase el Capítulo 8), las matrices

pueden escribirse utilizando el editor o escritor de matrices. Por ejemplo, para escribir la matriz:, 9-1

Escribiendo la matriz directamente en la pantalla, 9-2

Operaciones con matrices, 9-3

Adición y sustracción, 9-3

Multiplicación, 9-4

Multiplicación por un escalar, 9-4

Multiplicación de una matriz con un vector, 9-4

Multiplicación de matrices, 9-5

Multiplicación término-a-término, 9-5

Elevar una matriz a una potencia real, 9-6

La matriz identidad, 9-6

La matriz inversa, 9-7

El menú NORM de matrices, 9-7

La función DET, 9-7

La función TRACE , 9-8

Solución de sistemas lineales, 9-8

Utilizando la solución numérica de sistemas lineales, 9-9

Solución utilizando la matriz inversa, 9-11

Solución a través de "división" de matrices, 9-11

Referencias, 9-11

Chapter 10 - Gráficas

Opciones gráficas en la calculadora, 10-1

Gráfica de una expresión de la forma $y = f(x)$, 10-2

Tabla de valores de una función, 10-4

Gráficas tridimensionales de acción rápida (Fast 3D plots), 10-5

Referencia, 10-7

Chapter 11 - Aplicaciones en el Cálculo

El menú CALC (Cálculo), 11-1

Límites y derivadas, 11-1

La función lim, 11-1

Las funciones DERIV y DERVX, 11-3

Anti-derivadas e integrales, 11-3

Las funciones INT, INTVX, RISCH, SIGMA y SIGMAVX, 11-3

Integrales definidas, 11-4

Series infinitas, 11-5

Las funciones TAYLR, TAYLRO, y SERIES, 11-5

Referencia, 11-6

Chapter 12 - Aplicaciones en el Cálculo Multivariado

Derivadas parciales, 12-1

Integrales múltiples, 12-2

Referencia, 12-2

Chapter 13 - Aplicaciones en Análisis Vectorial

El operador 'del', 13-1

Gradiente, 13-1

Divergencia, 13-2

Rotacional (Curl), 13-2

Referencia, 13-2

Chapter 14 - Las ecuaciones diferenciales

El menú CALC/DIFF, 14-1

Solución de las ecuaciones lineales y no lineales, 14-1

La función LDEC , 14-1

La función DESOLVE, 14-3

La variable ODETYPE, 14-3

Transformadas de Laplace, 14-4

Transformadas de Laplace y sus inversas en la calculadora, 14-5

Series de Fourier, 14-6

La función FOURIER, 14-6

Serie de Fourier para una función cuadrática, 14-6

Referencia, 14-7

Chapter 15 - Distribuciones de probabilidad

El sub-menú MTH/PROBABILITY.. - parte 1, 15-1

Factoriales, combinaciones, y permutaciones, 15-1

Números aleatorios, 15-2

El sub-menú MTH/PROBABILITY.. - parte 2, 15-3

La distribución normal, 15-3

La distribución de Student, 15-4

La distribución Chi cuadrada , 15-4

La distribución F, 15-4

Referencia, 15-4

Chapter 16 - Aplicaciones Estadísticas

Entrada de datos, 16-1

Cálculos estadísticos para una sola variable, 16-2

Muestra vs. población, 16-2

Cálculo de distribuciones de frecuencias, 16-3

Ajustando datos a la función $y = f(x)$, 16-5

Medidas estadísticas adicionales, 16-6

Intervalos de confianza, 16-7

Prueba de hipótesis, 16-9

Referencia, 16-11

Chapter 17 - Números en bases diferentes

El menú BASE, 17-1

Escritura de números no decimales, 17-2

Referencia, 17-2

Chapter 18 - Utilizando tarjetas de memoria SD

Insertar y eliminar una tarjeta SD, 18-1

Formatear una tarjeta SD, 18-1

Acceder a objetos en una tarjeta SD, 18-2

Almacenando objetos en la Tarjeta SD, 18-3

Copiando un objeto de la tarjeta SD, 18-3

Eliminando objetos de la tarjeta SD, 18-4

Purgar todos los objetos en la tarjeta SD (reformateando), 18-4

Especificar un directorio en una tarjeta SD, 18-4

Chapter 19 - La biblioteca de ecuaciones

Reference, 19-4

Garantía Limitada, G-1

Servicio, G-3

Regulatory information, G-5

Eliminación de residuos de equipos eléctricos y electrónicos por parte de usuarios particulares en la Unión Europea, G-7

Capítulo 1

Preliminares

El presente capítulo está destinado a proveer la información básica sobre la operación de la calculadora. Los ejercicios que se presentan a continuación permiten al usuario familiarizarse con las operaciones básicas y la selección de los modos de operación de la calculadora.

Operaciones Básicas

Los ejercicios siguientes tienen el propósito de describir la calculadora misma.

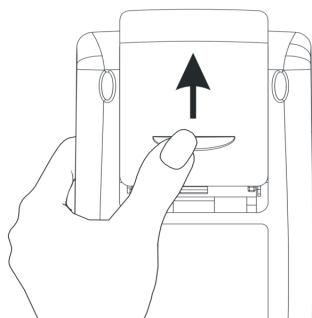
Baterías

La calculadora utiliza 4 baterías AAA (LR03) como fuente de alimentación principal y una batería de litio CR2032 para copia de seguridad de la memoria.

Antes de utilizar la calculadora, instale las baterías siguiendo el procedimiento que se describe a continuación.

Para instalar las baterías principales

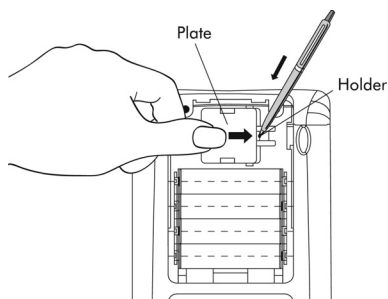
- a. **Compruebe que la calculadora esté apagada.** Deslice la tapa del compartimento de las baterías hacia arriba tal y como se indica la figura.



- b. Inserte 4 baterías AAA (LR03) nuevas en el compartimento principal. Asegúrese de que cada batería se inserta en la dirección indicada.

Para instalar las baterías de seguridad

- a. **Compruebe que la calculadora esté apagada.** Presione el elemento de sujeción hacia abajo. Empuje la placa en la dirección mostrada y levántela.



- b. Inserte una nueva batería de litio CR2032. Asegúrese de que el polo positivo (+) mira hacia arriba.
- c. Vuelva a colocar la placa y acóplela en su ubicación original.
- Después de instalar las baterías, presione **ON** para activar la alimentación.

Advertencia: cuando el icono de batería baja aparezca en la pantalla, reemplace las baterías cuanto antes. No obstante, intente no retirar la batería de seguridad y las baterías principales al mismo tiempo para evitar la pérdida de datos.

Encendido y apagado de la calculadora

La tecla **ON** se localiza en la esquina inferior izquierda del teclado. Pulse esta tecla para encender la calculadora. Para apagar la calculadora, pulse la tecla **P** (primera tecla en la segunda fila contada de la parte inferior del teclado), seguida de la tecla **ON**. La tecla **ON** tiene un rótulo indicando OFF (apagar) en la esquina superior derecha para recalcar la operación de apagar la calculadora.

Ajustando el contraste de la pantalla







Uno puede ajustar el contraste de la pantalla al mantener presionada la tecla **ON** mientras pulsa la tecla **+** ó **-** simultáneamente.

La combinación **ON** (mantener) **+** produce una pantalla más oscura.

La combinación **ON** (mantener) **-** produce una pantalla más clara.



El menú de herramientas (TOOL)

El menú activo a este momento, conocido como el menú de herramientas (TOOL), está asociado con operaciones relacionadas a la manipulación de variables (véase la sección sobre variables in este Capítulo). Las diferentes funciones del menú de herramientas son las siguientes:

-  (F1) EDITar el contenido de una variable (para información adicional, véase el Capítulo 2 en esta guía y el Capítulo 2 y el Apéndice L en la guía del usuario)
-  (F2) Observar (VIEW) el contenido de una variable
-  (F3) Recobrar (ReCALL) el contenido de una variable
-  (F4) Almacenar (STOre) el contenido de una variable
-  (F5) Eliminar o borrar (PURGE) una variable
-  (F6) Limpiar (CLEAR) la pantalla

Estas seis funciones forman la primera página del menú de herramientas (TOOL). Este menú tiene actualmente ocho opciones organizadas en dos páginas. La segunda página se obtiene al presionar la tecla (NXT).

En la segunda página del menú solamente las dos primeras teclas de menú tienen funciones asociadas. Estas funciones son:

-  (F1) CASCMD: CAS CoMmanD, se utiliza para modificar el CAS (Computer Algebraic System, o Sistema Algebraico Computacional)
-  (F2) HELP, menú informativo que describe las funciones disponibles en la calculadora

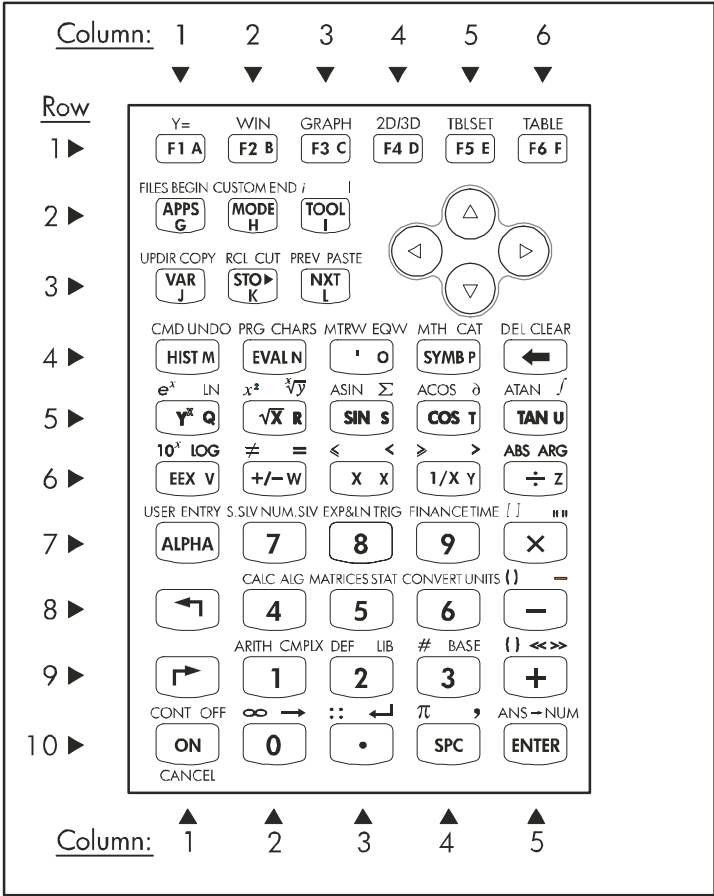
Al presionar la tecla (NXT) nuevamente, se obtiene el menú de herramientas (TOOL) original. Otra forma de recuperar el menú de herramientas (TOOL) es al presionar la tecla (TOOL) (tercera columna y segunda fila en el teclado).

Cambiando la hora del día y la fecha

Véase el Capítulo 1 en la guía del usuario para aprender como cambiar la hora del día y la fecha en la calculadora.

Introducción al teclado de la calculadora

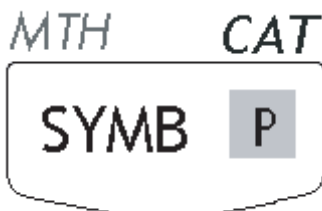
La figura siguiente muestra un diagrama del teclado de la calculadora enumerando sus filas y columnas. Cada tecla tiene tres, cuatro, o cinco funciones asociadas. La función principal de una tecla corresponde al rótulo más prominente en la tecla. La tecla de cambio izquierdo, tecla (9,1), la tecla de cambio derecho, tecla (9,1), y la tecla alfa (ALPHA), tecla (7,1), pueden combinarse con otras teclas para activar las funciones alternas que se muestran en el teclado.



Por ejemplo, la tecla **SYMB**, *tecla(4,4)*, tiene las siguientes seis funciones asociadas:

- SYMB** Función principal, para activar el menú de operaciones simbólicas
- ←** **MTH** Función de cambio izquierdo, activa el menú de matemáticas (MTH)
- **CAT** Función de cambio derecho, activa el CATálogo de funciones
- ALPHA** **P** Función ALPHA, para escribir la letra P mayúscula
- ALPHA** **←** **P** Función ALPHA-cambio izquierdo, escribe la letra p minúscula
- ALPHA** **→** **P** Función ALPHA-cambio derecho, escribe el símbolo

De las seis funciones asociadas con una tecla, solamente las cuatro primeras se muestran en el teclado mismo. La figure siguiente muestra estas cuatro funciones para la tecla **SYMB**. Nótese que el color y la posición de los rótulos de las funciones en la tecla, a saber, **SYMB**, **MTH**, **CAT** y **P**, indican cual es la función principal (**SYMB**), y cual de las otras tres funciones se asocian con la tecla de cambio izquierdo (**←**) (**MTH**), con la tecla de cambio derecho (**→**) (**CAT**), y con la tecla **ALPHA** (**P**).

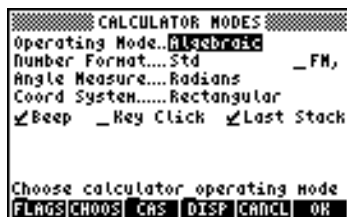



Para información adicional sobre la operación del teclado de la calculadora, refiérase al Apéndice B en la guía del usuario.

Cambiando los modos de operación

Esta sección asume que el usuario se ha familiarizado con el uso de los menús y las formas interactivas de entradas de datos (si éste no es el caso, refiérase al Apéndice A en la guía del usuario).








Presione la tecla **MODE** (segunda fila y segunda columna del teclado) para activar la forma interactiva denominada *CALCULATOR MODES*:



Presione la tecla  para recuperar la pantalla normal. Ejemplos de los diferentes modos de operación se muestran a continuación.


Modo operativo

La calculadora presenta dos modos de operación: el *modo Algebraico*, y el modo de *Notación Polaca Reversa (Reverse Polish Notation, RPN)*. Si bien el modo Algebraico es el modo predefinido de operación (como se indica en la figure anterior), usuarios con experiencia en previos modelos de las calculadoras HP podrían preferir el modo RPN.

Para seleccionar el modo operativo, actívese la forma interactiva titulada CALCULATOR MODES presionando la tecla . La opción *Operating Mode* (Modo Operativo) es seleccionada automáticamente. Seleccíonese el modo operativo Algebraico o RPN usando, ya sea, la tecla  (segunda columna y quinta fila en el teclado), o la tecla  (escoger, ). Si se usa el procedimiento ultimo, úsense las teclas direccionales verticales,  , para seleccionar el modo operativo, y presiónese la tecla  para completar la operación.

Para ilustrar la diferencia entre los dos modos operativos, a continuación procedemos a calcular la siguiente expresión en los dos modos operativos:

$$\sqrt{\frac{3.0 \cdot \left(5.0 - \frac{1}{3.0 \cdot 3.0} \right)}{23.0^3}} + e^{2.5}$$

Para escribir esta expresión, usaremos el escritor de ecuaciones (*equation writer*), . Antes de continuar, le invitamos a identificar las siguientes teclas, además de las teclas numéricas:



El escritor de ecuaciones representa un ambiente en el que uno puede construir expresiones matemáticas usando notación matemática explícita

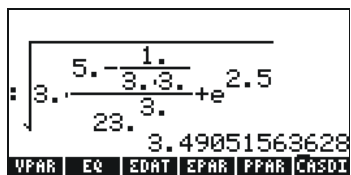
incluyendo fracciones, derivadas, integrals, raíces, etc. Para escribir la expresión antes mencionada en el escritor de ecuaciones, utilícese la secuencia de teclas siguiente:

\leftarrow EQ \sqrt{x} 3 \cdot \times \leftarrow () 5 \cdot -
 / \cdot \div 3 \cdot \times 3 \cdot
 \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow
 \div 2 3 \cdot y^x 3 \rightarrow \rightarrow + \leftarrow e^x 2 \cdot 5 \rightarrow ENTER

Después de presionar la tecla \rightarrow ENTER la pantalla muestra la siguiente expresión:

$$\sqrt{(3 \cdot (5 - 1 / (3 \cdot 3))) / 23 \cdot 3 + \text{EXP}(2.5)}$$

Al presionar la tecla \rightarrow ENTER una vez más produce el siguiente resultado (acepte el cambio a modo Approx., de ser necesario, presionando la tecla \rightarrow \rightarrow):



Uno puede escribir la expresión directamente en la pantalla sin usar el escritor de ecuaciones, como se muestra a continuación:

\sqrt{x} \leftarrow () 3 \cdot \times \leftarrow () 5 \cdot - / \div
 3 \cdot \times 3 \cdot \rightarrow
 \div 2 3 \cdot y^x 3 + \leftarrow e^x 2 \cdot 5 \rightarrow ENTER

Cámbiese el modo operativo a RPN comenzando al presionar la tecla \rightarrow MODE. Seleccione el modo operativo RPN utilizando ya sea la tecla \rightarrow +/-, o la tecla \rightarrow \rightarrow del menú. Presiónese la tecla \rightarrow \rightarrow (F6) del menú para completar la operación. La pantalla en el modo operativo RPN se muestra a continuación:



Nótese que la pantalla muestra varios niveles identificados por los números 1, 2, 3, etc. Esta pantalla se denomina la pila (stack) de la calculadora. Los diferentes niveles se denominan los niveles de la pila, es decir, nivel 1, nivel 2, etc.

Básicamente, en el modo operativo RPN en vez de escribir la operación $3 + 2$ de esta forma:

$3 \quad + \quad 2 \quad \text{ENTER}$

se escriben primero los operandos, en el orden apropiado, seguidos del operador, por ejemplo,

$3 \quad \text{ENTER} \quad 2 \quad +$

A medida que se escriben los operandos, éstos pasan a ocupar diferentes niveles en la pila. Al escribirse, por ejemplo, $3 \quad \text{ENTER}$, el número 3 aparece en el nivel 1. A continuación, escribase 2 para promover el número 3 al nivel 2. Finalmente, al presionar $+$, se indica a la calculadora que aplique el operador, o programa, $+$ a los objetos que ocupan los niveles 1 y 2. El resultado, es este caso 5, aparece en el nivel 1.

Calcúlense las siguientes operaciones antes de intentar las operaciones presentadas anteriormente usando el sistema operativo algebraico:

$$123/32$$

$$4^2$$

$$3\sqrt[3]{27}$$

$1 \quad 2 \quad 3 \quad \text{ENTER} \quad 3 \quad 2 \quad \div$

$4 \quad \text{ENTER} \quad 2 \quad y^x$

$2 \quad 7 \quad \sqrt{x} \quad 3 \quad \rightarrow \quad \sqrt[3]{x}$

Obsérvese la posición de la y y la x en las dos operaciones últimas. La base en la operación exponencial es y (nivel 2), mientras que el exponente es x (nivel 1) antes de presionarse la tecla y^x . De manera similar, en la operación de la raíz cúbica, y (nivel 2) es la cantidad bajo el signo radical, y x (nivel 1) es la raíz.

Ejécútese el siguiente ejercicio involucrando 3 factores: $(5+3) \times 2$

$5 \quad \text{ENTER} \quad 3 \quad +$
 $2 \quad \times$

Calcúlense $(5+3)$ primero.
Complétese la operación.

Calcúlense la expresión propuesta anteriormente:

$$\sqrt[3]{3 \cdot \left(5 - \frac{1}{3 \cdot 3}\right)} + e^{2.5}$$

$3 \quad \text{ENTER}$

Escribase 3 en el nivel 1

$5 \quad \text{ENTER}$

Escribase 5 en el nivel 1, 3 pasa al nivel 2

$3 \quad \text{ENTER}$

Escribase 3 en el nivel 1, 5 pasa al nivel 2, 3 pasa al nivel 3

$3 \quad \times$

Escribase 3 y ejecútese la multiplicación, 9 se muestra en el nivel 1

	$1/(3 \times 3)$, último valor en nivel 1; 5 en el nivel2; 3 en el nivel3
	$5 - 1/(3 \times 3)$, ocupa el nivel 1; 3 en el nivel2
	$3 \times (5 - 1/(3 \times 3))$, ocupa el nivel 1
	Escribese 23 en el nivel1, 14.6666 pasa al nivel 2.
	Escribese 3, calcúlese 23^3 en nivel 1. 14.666 en nivel 2.
	$(3 \times (5 - 1/(3 \times 3)))/23^3$ en nivel 1
	Escribese 2.5 en el nivel 1
	$e^{2.5}$, pasa al nivel 1, nivel 2 muestra el valor anterior
	$(3 \times (5 - 1/(3 \times 3)))/23^3 + e^{2.5} = 12.18369$, en nivel 1
	$\sqrt{((3 \times (5 - 1/(3 \times 3)))/23^3 + e^{2.5})} = 3.49\dots$, en nivel 1.

Para seleccionar modo operativo ALG vs. RPN, uno puede activar / desactivar la señal de sistema número 95 utilizando las siguientes teclas:



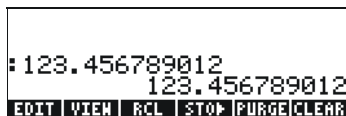
Formato de los números y punto o coma decimal

Al cambiar el formato de los números permite mostrar resultados en diferentes formas. Esta opción es muy útil en operaciones que involucran potencias de diez o si se quiere limitar el número de cifras decimales en los resultados.

Para seleccionar el formato de los números, actívese primero la forma interactiva denominada CALCULATOR MODES al presionar la tecla . Utilícese entonces la tecla direccional vertical, , para seleccionar la opción *Number format*. El valor preseleccionado es *Std*, o formato estándar. En este formato, la calculadora mostrará números reales con punto decimal flotante y con la máxima precisión disponible (12 cifras significativas) Para mayor información sobre números reales en la calculadora véase el Capítulo 2 en la guía del usuario. Ejemplos que utilizan el formato estándar y otros formatos se muestran a continuación:

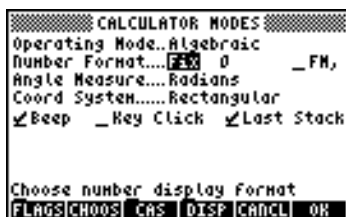
Formato Estándar

Este modo es el más utilizado dado que muestra los números en su notación mas común. Presiónese la tecla de menú , con la opción *Number format* mostrando el valor *Std*, para recobrar la pantalla normal. Escribese el número 123.4567890123456 (con 16 cifras significativas). Presiónese la tecla . El número se redondea al máximo de 12 cifras significativas, y se muestra de la siguiente manera:



Formato con número de decimales fijo

Presiónese la tecla **MODE**, y utilícese la tecla direccional vertical, **▼**, para seleccionar la opción *Number format*. Presiónese la tecla de menú **2ND** (**F2**), y seleccíonese la opción *Fixed* utilizando la tecla **▼**.



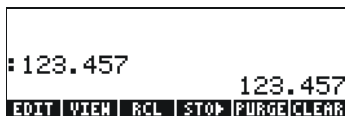
Presiónese la tecla direccional horizontal, **▶**, y seleccíonese el cero en frente de la opción *Fix*. Presiónese la tecla de menú **2ND** y seleccíonese el valor 3 (como ejemplo), utilizando las teclas direccionales verticales, **▲** **▼**.



Presiónese la tecla de menú **2ND** para completar la selección:



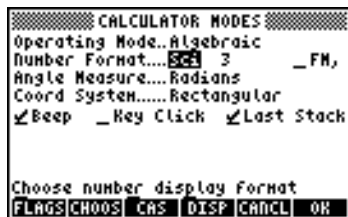
Presiónese la tecla de menú **2ND** para recobrar la pantalla normal. El número que se utilizó anteriormente se muestra ahora como:



Nótese que la parte decimal es redondeada, y no truncada. Por ejemplo, con este formato, el número 123.4567890123456 se muestra como 123.457, y no como 123.456. Esto se debe a que el tercer decimal, 6 es > 5 .

Formato científico

Para seleccionar este formato, presiónese primero la tecla **MODE**. A continuación, utilícese la tecla direccional vertical, ∇ , para seleccionar la opción *Number format*. Presiónese la tecla **MODE** (**F2**), y selecciónese la opción *Scientific* utilizando la tecla ∇ . Manténgase el número 3 en frente de *Sci*. (Este número puede cambiarse de la misma manera en que se cambió la opción *Fixed* en el ejemplo anterior).



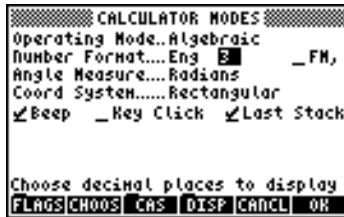
Presiónese la tecla **MODE** para recobrar la pantalla normal. El número utilizado anteriormente se muestra ahora de la forma siguiente:



Este resultado, 1.23E2, es la versión de la notación de potencias de diez, es decir 1.235×10^2 , proveída por la calculadora. En este formato científico, el número 3 en frente de la opción *Sci* representa el número de cifras significativas que siguen al punto decimal. La notación científica siempre incluye una cifra entera como se mostró anteriormente. En este ejemplo, por lo tanto, el número de cifras significativas es cuatro.

Formato de ingeniería

El formato de ingeniería (engineering format) es muy similar al científico, excepto que el exponente en la potencia de diez es un múltiplo de 3. Para seleccionar este formato, presiónese primero la tecla MODE , y utilícese la tecla direccional, \blacktriangledown , para seleccionar la opción *Number format*. Presiónese la tecla F2 , y selecciónese la opción *Engineering* con la tecla \blacktriangledown . Manténgase el número 3 delante de la opción *Eng*. (Este número puede cambiarse de la misma manera en que se cambió para la opción *Fix* del formato de número).



Presiónese la tecla OK para recuperar la pantalla normal. El número utilizado en los ejemplos anteriores se muestra ahora de la siguiente manera:




Dado que este número posee tres cifras en la parte decimal, se muestra con cuatro cifras significativas y un exponente de cero cuando se utiliza el formato de ingeniería. Por ejemplo, el número 0.00256 se muestra como:

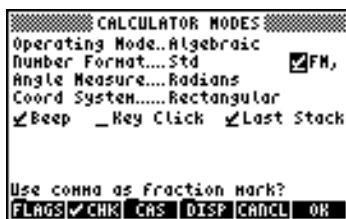


Coma vs. Punto decimales

Puntos decimales en números reales pueden re-emplazarse con comas, si el usuario está acostumbrado a esa notación. Para re-emplazar los puntos decimales con comas, cámbiase la opción *FM* en la forma interactiva denominada *CALCULATOR MODES* como se muestra a continuación (Nótese que hemos cambiado el formato de números a estándar, *Std*):

Presiónese primero la tecla MODE . Después, presiónese la tecla direccional vertical, \blacktriangledown , una vez, y la tecla direccional horizontal, \blacktriangleright , dos veces,

seleccionando así la opción \underline{FM} . Para seleccionar comas, presiónese la tecla de menú  (F_2). La forma interactiva lucirá como se muestra a continuación:



Presiónese la tecla de menú  para recobrar la pantalla normal. Por ejemplo, el número 123.4567890123456, utilizado anteriormente, se mostrará de la forma siguiente utilizando comas:





Medidas angulares

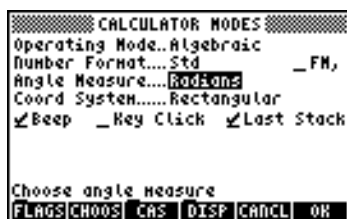
Las funciones trigonométricas, por ejemplo, requieren argumentos que representan ángulos en el plano. La calculadora provee tres modos diferentes de medidas angulares, a saber:

- *Grados (Degrees)*: Existen 360 grados (360°) en un círculo.
- *Radianes*: Existen 2π radianes ($2\pi^r$) en un círculo.
- *Grados decimales (Grades)*: Existen 400 grades (400^g) en un círculo.

Las medidas angulares afectan los resultados de funciones tales como seno(SIN), COS, TAN y funciones asociadas.

Para seleccionar las medidas angulares utilícese el procedimiento siguiente:

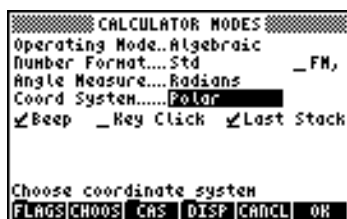
- Presiónese primero la tecla MODE . A continuación, utilícese la tecla ∇ , dos veces. Seleccíonese la opción *Angle Measure* utilizando ya sea la tecla $\pm/\text{-}$ (segunda columna en la quinta fila contando de abajo hacia arriba), o la tecla de menú  (F_2). Si se utiliza la última opción, utilídense las teclas direccionales verticales, \blacktriangle ∇ , para seleccionar la medida angular, y presiónese la tecla  para completar la operación. Por ejemplo, en la siguiente pantalla, se selecciona Radianes como la medida angular:



Sistema de coordenadas

La selección del sistema de coordenadas afecta la forma en se escriben y se muestran vectores y números complejos. Para mayor información sobre números complejos y vectores, véanse los Capítulos 4 y 8, respectivamente, en esta guía. Existen tres sistemas de coordenadas en la calculadora: Rectangulares (RECT), Cilíndricas (CYLIN), y Esféricas (SPHERE). Para seleccionar el sistema de coordenadas utilícese el procedimiento siguiente:

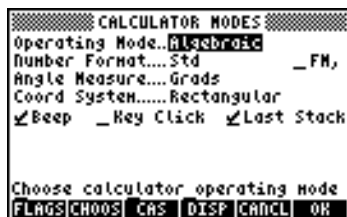
- Presiónese primero la tecla **(MODE)**. A continuación, utilícese la tecla direccional vertical, **(↓)**, tres veces. Una vez seleccionada la opción *Coord System*, selecciónese la medida angular utilizando la tecla **(+/-)**, o la tecla **(F2)**. Si se sigue la última opción, utilícese las teclas direccionales verticales, **(↑)** **(↓)**, para seleccionar el sistema de coordenadas, y presiónese la tecla **(F6)** para completar la operación. Por ejemplo, en la siguiente pantalla se seleccionan coordenadas polares:



Seleccionando opciones del CAS

El término CAS significa Computer Algebraic System, o Sistema Algebraico Computacional. El CAS es el centro matemático de la calculadora donde residen las operaciones y funciones simbólicas de la misma. El CAS presenta un número de opciones que pueden ajustarse de acuerdo a la operación de interés. Para ver las opciones del CAS utilícese el procedimiento siguiente:

- Presiónese la tecla **MODE** para activar la forma interactiva denominada CALCULATOR MODES.



- Para cambiar las opciones del CAS presiónese la tecla de menú **CAS**. Los valores predefinidos de las opciones del CAS se muestran en la figura siguiente:



- Para navegar a través de las diferentes opciones en la forma interactiva denominada CAS MODES, utilícese las teclas direccionales: **←** **→** **↓** **↑**.
- Para seleccionar o remover cualquiera de las opciones indicadas anteriormente, selecciónese la línea que precede a la opción de interés, y presiónese la tecla de menú **CAS** hasta que se obtenga la opción apropiada. Una vez seleccionada cierta opción, aparecerá una marca de aprobado (✓) en la línea que precede a la opción seleccionada (por ejemplo, véanse las opciones *Rigorous* y *Simp Non-Rational* en la pantalla mostrada anteriormente). En las opciones que no han sido seleccionadas no se mostrarán marcas de aprobado (✓) en la línea precedente (por ejemplo, en las opciones *_Numeric*, *_Approx*, *_Complex*, *_Verbose*, *_Step/Step*, y *_Incr Pow* mostradas anteriormente).
- Después de haber seleccionado o removido todas las opciones deseadas en la forma interactiva denominada CAS MODES, presiónese la tecla de menú **CAS**. Esta acción permite regresar a la forma interactiva denominada CALCULATOR MODES. Para recobrar la pantalla normal presiónese la tecla de menú **CAS** una vez más.

Explicación de las opciones del CAS

- Indep var: La variable independiente para las aplicaciones del CAS. Usualmente, $VX = 'X'$.
- Modulo: Para operaciones en la aritmética modular esta variable almacena el módulo del anillo aritmético (véase el Capítulo 5 en la guía del usuario de la calculadora).
- Numeric: Cuando se selecciona esta opción la calculadora produce resultados numéricos en las operaciones. Observe que las constantes siempre se evaluarán numéricamente.
- Approx: Cuando se selecciona esta opción, la calculadora usa el modo denominado aproximado (Approx) y produce resultados numéricos en las operaciones. Si esta opción no es seleccionada, el CAS utiliza el modo exacto (Exact), el cual produce resultados simbólicos en las operaciones algebraicas.
- Complex: Cuando se selecciona esta opción, las operaciones con números complejos son activadas. Si no se selecciona esta opción, la calculadora opera en modo Real, lo que significa que se activan las operaciones con números reales. Para mayor información sobre operaciones con números reales véase el Capítulo 4 en esta guía.
- Verbose: Si se selecciona esta opción la calculadora provee información detallada al realizar ciertas operaciones del CAS.
- Step/Step: Si se selecciona esta opción, la calculadora provee resultados intermedios detallados (paso-a-paso) en ciertas operaciones que usan el CAS. Esta opción puede ser útil para obtener pasos intermedios en sumatorias, derivadas, integrales, operaciones con polinomios (por ejemplo, divisiones sintéticas), y operaciones matriciales.
- Incr Pow: Potencia creciente (Increasing Power), significa que, si se selecciona esta opción, los términos de los polinomios se mostrarán con un orden reciente de las potencias de la variable independiente.
- Rigorous: Si se selecciona esta opción la calculadora no simplifica la función valor absoluto $|X|$ a X .
- Simp Non-Rational: Si se selecciona esta opción la calculadora intentará simplificar expresiones no racionales tanto como sea posible.

Selección de los modos de la pantalla

La pantalla de la calculadora posee un número de opciones que el usuario puede ajustar a su gusto. Para ver las opciones disponibles, use el procedimiento siguiente:

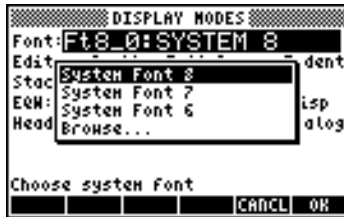
- Para empezar, presiónese la tecla **MODE** para activar la forma denominada CALCULATOR MODE. Dentro de esta forma interactiva, presiónese la tecla de menú **MODE** (**F4**) para activar la forma denominada DISPLAY MODES:



- Para navegar a través de las diferentes opciones en la forma interactiva DISPLAY MODES utilídense las teclas direccionales: **←** **→** **↓** **↑**.
- Para seleccionar o remover cualquiera de las opciones mostradas en la figura anterior (las opciones selectas se indican con la marca de aprobado, ✓), selecciónese la línea previa a la opción de interés, y presiónese la tecla de menú **MODE** hasta conseguir la opción deseada. Cuando se selecciona una opción, se muestra una marca de aprobado, ✓, en la línea precedente (por ejemplo, en la opción *Textbook* en la línea *Stack*: en la figura anterior). Opciones no seleccionadas no mostrarán la marca de aprobado, ✓, en la línea precedente (por ejemplo, las opciones *_Small*, *_Full page*, e *_Indent* en la línea *Edit*: en la figura anterior).
- Para seleccionar el tipo de caracteres (Font) para la pantalla, selecciónese la opción *Font*: en la forma interactiva denominada DISPLAY MODES, y utilídense la tecla de menú **MODE** (**F2**).
- Después de haber seleccionado y/o removido todas las opciones deseadas en la forma interactiva DISPLAY MODES, presiónese la tecla de menú **MODE**. Esta acción permite al usuario recobrar la forma interactiva denominada CALCULATOR MODES en la pantalla. Para recobrar la pantalla normal, presiónese la tecla de menú **MODE** una vez más.

Selección del tipo de caracteres (font)

Para empezar, presiónese la tecla **MODE** para activar la forma interactiva CALCULATOR MODES. Dentro de esta forma interactiva, presiónese la tecla de menú **☰** (**F4**) para activar la forma interactiva denominada DISPLAY MODES. La pantalla indicará que la opción *Ft8_0:system 8* ha sido seleccionada para la línea *Font:* en la forma interactiva DISPLAY MODES. Este es el valor pre-selecto para la línea *Font*. Al presionar la tecla de menú **☰** (**F2**), la pantalla proveerá todas las opciones posibles para el tipo de caracteres:



Existen tres opciones estándares disponibles *System Fonts* (de tamaños 8, 7, y 6) y una cuarta opción, *Browse...* Esta última opción permite al usuario a buscar tipos adicionales que pueden ser creados por el usuario o copiados en la memoria de la calculadora de otras fuentes.

Practique cambiar el tamaño de los caracteres a 7 y 6. Presiónese la tecla **☰** para aceptar la selección del tamaño de los caracteres. Una vez seleccionado el tamaño de los caracteres, la tecla de menú **☰** para recobrar la forma interactiva denominada CALCULATOR MODES. Para recobrar la pantalla normal, presiónese la tecla de menú **☰** una vez más. Obsérvese como la pantalla se ajusta al tamaño de caracteres seleccionado por el usuario.

Selección de las propiedades del editor de línea

Para empezar, presiónese la tecla $\boxed{\text{MODE}}$ para activar la forma interactiva CALCULATOR MODES. Dentro de esta forma interactiva, presiónese la tecla de menú $\boxed{\text{F4}}$ para activar la forma interactiva DISPLAY MODES. Presiónese la tecla direccional vertical, \blacktriangledown , una vez, para alcanzar la línea *Edit*. Esta línea muestra tres propiedades del editor que pueden ser modificadas. Cuando se seleccionan estas propiedades (se muestra una marca de aprobado, \checkmark) se activan las siguientes opciones:

- $_Small$ Se cambia el tamaño de los caracteres a pequeño
- $_Full\ page$ Permite posicionar el cursor al final de una línea
- $_Indent$ Produce una auto-margen al presionar la tecla alimentadora de líneas (Enter)

Instrucciones para el uso del editor de línea se presentan en el Capítulo 2 de la guía del usuario.

Selección de las propiedades de la pantalla (Stack)

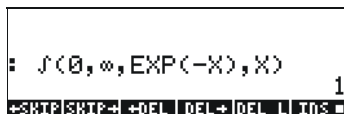
Para empezar, presiónese la tecla $\boxed{\text{MODE}}$ para activar la forma interactiva CALCULATOR MODES. Dentro de esta forma interactiva, presiónese la tecla de menú $\boxed{\text{F4}}$ para activar la forma interactiva DISPLAY MODES. Presiónese la tecla direccional vertical, \blacktriangledown , dos veces, para alcanzar la línea *Stack*. Esta línea muestra dos propiedades del editor que pueden ser modificadas. Cuando se seleccionan estas propiedades (se muestra una marca de aprobado, \checkmark) se activan las siguientes opciones:

- $_Small$ Cambia el tamaño de los caracteres a pequeño. Esta opción maximiza la cantidad de información presentada en la pantalla. Esta selección precede a la selección del tamaño de los caracteres de la pantalla.
- $_Textbook$ Muestra las expresiones matemáticas en notación matemática propia

Para ilustrar estas opciones, ya sea en modo algebraico o RPN, utilícese el escritor de ecuaciones para escribir la siguiente expresión:

$\boxed{\rightarrow}$ \boxed{EQW} $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{\frac{1}{0}}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{\infty}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{e^x}$ $\boxed{+L}$ \boxed{X} $\boxed{\rightarrow}$ \boxed{X} $\boxed{\text{ENTER}}$

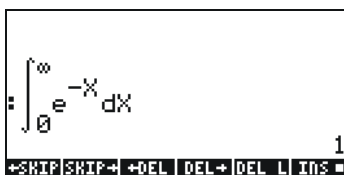
En modo algebraico, la siguiente pantalla muestra este resultado cuando no se selecciona ni la opción $_Small$ ni la opción $_Textbook$ en la línea *Stack*:



Cuando se selecciona la opción *_Small* solamente, la pantalla muestra lo siguiente:



Con la opción *_Textbook* seleccionada (este es el valor predefinido), ya sea que se seleccione la opción *_Small* o no, la pantalla muestra el siguiente resultado:



Selección de las propiedades del escritor de ecuaciones (EQW)

Para empezar, presiónese la tecla **MODE** para activar la forma interactiva CALCULATOR MODES. Dentro de esta forma interactiva, presiónese la tecla de menú **MODE** (**F4**) para activar la forma interactiva DISPLAY MODES. Presiónese la tecla direccional vertical, **▼**, tres veces, para activar la línea EQW (Equation Writer). Esta línea muestra dos propiedades del editor que pueden ser modificadas. Cuando se seleccionan estas propiedades (se muestra una marca de aprobado, ✓) se activan las siguientes opciones:

- _Small* Cambia el tamaño de los caracteres a pequeño cuando se utiliza el escritor de ecuaciones
- _Small Stack Disp* Muestra tamaño pequeño de caracteres después de utilizar el escritor de ecuaciones

Instrucciones detalladas del uso del escritor de ecuaciones (EQW) se presentan en otras secciones de esta guía.

En el ejemplo de la integral $\int_0^{\infty} e^{-X} dX$, que se presentó anteriormente, el seleccionar la opción *_Small Stack Disp* en la línea EQW de la forma DISPLAY MODES produce el siguiente resultado:


$$\int_0^{\infty} e^{-X} dX$$

Referencias

Referencias adicionales sobre las materias cubiertas en este Capítulo pueden encontrarse en el Capítulo 1 y en el Apéndice C de la guía del usuario.

Capítulo 2

Introducción a la calculadora

En este Capítulo se presentan las operaciones básicas de la computadora incluyendo el uso del escritor de ecuaciones (Equation Writer) y la manipulación de los objetos (datos) en la calculadora. Analícense los ejemplos en este Capítulo para conocer mejor la operación de la calculadora en futuras aplicaciones.

Objetos en la calculadora

El término “objeto” se refiere un los números, listas, matrices, etc. que se usan en la calculadora. Los objetos más comunes son: los *reales* (números reales, escritos con un punto decimal, por ejemplo, -0.0023, 3.56), los *enteros* (números enteros, escritos sin un punto decimal, por ejemplo, 1232, -123212123), los *números complejos* (escritos como pares ordenados, por ejemplo, (3,-2)), las *listas*, etc. Los objetos en la calculadora se describen en los Capítulos 2 y 24 de la guía del usuario.

Edición de expresiones en la pantalla

En esta sección se presentan ejemplos de la edición de expresiones directamente en la pantalla de la calculadora.

Creación de expresiones aritméticas

Para ejecutar este ejemplo, seleccione el modo operativo Algebraic y el formato *Fix* con 3 decimales para la pantalla. Escribese la expresión:

$$5.0 \cdot \frac{1.0 + \frac{1.0}{7.5}}{\sqrt{3.0} - 2.0^3}$$

Para escribir esta expresión, utilícese las siguientes teclas:



La expresión resultante es: $5*(1+1/7.5)/(\sqrt{3}-2^3)$.

Presiónese la tecla **ENTER** para mostrar la expresión en la pantalla:

$$5.000 \cdot \left(1.000 + \frac{1}{7.500}\right) \div (\sqrt{3.000} - 2.000^3) = -0.904$$

Nótese que, es la opción EXACT se selecciona para el CAS (véase el Apéndice C en la guía del usuario) y se escribe la expresión utilizando números enteros para los valores enteros, el resultado es una expresión simbólica, por ejemplo,

Antes de producirse el resultado, se solicita que el usuario cambie el modo a Approximate (aproximado). Acéptese el cambio para obtener el resultado mostrado a continuación (mostrado con formato Fix con tres decimales – véase el Capítulo 1):

$$5 \cdot \left(1 + \frac{1}{7.500}\right) \div (\sqrt{3} - 2^3) = -0.743 + 0.093 \cdot \sqrt{3}$$

En este caso, cuando la expresión se escribe directamente en la pantalla, en cuanto se presiona la tecla , la calculadora intentará calcular el valor de la expresión. Si la expresión va precedida por un tick, la calculadora simplemente reproduce la expresión tal y como fue escrita. Por ejemplo:

El resultado se muestra a continuación:

$$\sqrt{3} - 2^3 \qquad 5 \cdot \left(1 + \frac{1}{7.5}\right) \div (\sqrt{3} - 2^3)$$

Para evaluar la expresión en este caso, utilícese la función EVAL:

Si la opción *Exact* ha sido seleccionada para el CAS, se solicita que el usuario cambie el modo a *Approximate* (aproximado). Acéptese el cambio para obtener la evaluación de la expresión como se demostró en un ejemplo anterior.

Una forma alternativa para evaluar la expresión escrita entre apóstrofes en el ejemplo anterior, consiste en utilizar la función $\rightarrow \text{NUM}$.

A continuación, se escribe la expresión utilizada anteriormente con la calculadora utilizando el modo operativo RPN. Seleccione la opción *Exact* para el CAS, la opción *Textbook* para la pantalla, y el formato numérico a *Standard*. Utilídense las siguientes teclas para escribir la expresión entre apóstrofes utilizada anteriormente, es decir,

$$\left(5 \times \left(1 + \frac{1}{7.5} \right) \right) \div \left(\sqrt{3} - 2^3 \right)$$

El resultado se muestra en la siguiente pantalla:

The calculator screen displays the expression $5 \left(1 + \frac{1}{7.5} \right) \div \left(\sqrt{3} - 2^3 \right)$ and the result 1.0000000000000000 . The screen also shows the status bar with options: EDIT | VIEW | RCL | STOP | PURGE | CLEAR.

Presiónese la tecla ENTER una vez más para producir dos copias de la expresión en la pantalla. Evalúese la expresión primero pulsando:

$$\text{EVAL} \left(\leftarrow \text{ANS} \right) \text{ENTER} \text{ or } \rightarrow \text{NUM} \text{ENTER}$$

Esta expresión es semi-simbólica en el sentido de que existen componentes reales (números reales) en el resultado, así como la expresión simbólica $\sqrt{3}$. A continuación, intercámbiense las posiciones de los niveles 1 y 2 en la pantalla y evalúese la expresión utilizando la función $\rightarrow \text{NUM}$, es decir, $\rightarrow \text{NUM}$.

Este último resultado es puramente numérico, de manera que, los dos resultados en la pantalla, aunque representan la evaluación de la misma expresión, aparecen en formas diferentes. Para verificar que el valor resultante es el mismo, obténgase la diferencia de estos dos valores y evalúese esta diferencia usando la función EVAL : EVAL . El resultado es cero (0.).

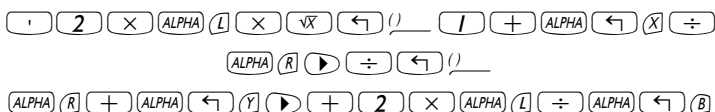
Para obtener información adicional en la edición de expresiones aritméticas en la pantalla, véase el Capítulo 2 en la guía del usuario de la calculadora.

Creación de expresiones algebraicas

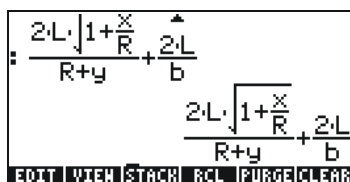
Las expresiones algebraicas incluyen no solamente números, sino también variable. Por ejemplo, escríbase la siguiente expresión algebraica:

$$\frac{2L\sqrt{1+\frac{x}{R}}}{R+y} + 2\frac{L}{b}$$

Seleccione el modo operativo Algebraico en la calculadora, la opción *Exact* en el CAS, y la opción *Textbook* para la pantalla. Escríbase la expresión propuesta utilizando las siguientes teclas:



Presiónese la tecla (ENTER) para obtener el siguiente resultado:



Esta expresión puede escribirse con la calculadora en modo operativo RPN de la misma forma especificada anteriormente para el modo operativo algebraico (ALG).

Para obtener información adicional en la edición de expresiones algebraicas en la pantalla, véase el Capítulo 2 en la guía del usuario de la calculadora.

Uso del escritor de ecuaciones (EQW) para crear expresiones

El escritor de ecuaciones es una herramienta muy importante que permite al usuario no solamente escribir o ver una ecuación, sino también modificar y manipular expresiones, y aplicar funciones a las mismas.

El escritor de ecuaciones se activa al presionar (→) EQW (la tercera tecla en la cuarta fila del teclado). La pantalla resultante es la siguiente. Presiónese la tecla (NEXT) para acceder la segunda página del menú:



Las seis teclas de menú del escritor de ecuaciones activan las funciones EDIT, CURS, BIG, EVAL, FACTOR, SIMPLIFY, CMDS, y HELP. Información detallada sobre estas funciones se presenta en el Capítulo 3 de la guía del usuario de la calculadora.

Creación de expresiones aritméticas

La escritura de expresiones en el Escritor de ecuaciones es muy similar a la escritura de expresiones entre apóstrofes en la pantalla. La diferencia principal es que en el Escritor de ecuaciones las expresiones producidas se presentan en el estilo “textbook” (libro de texto, es decir, utilizando notación matemática similar a la de un libro de texto) en vez de escribirse como en el editor de línea en la pantalla. Por ejemplo, escríbase el siguiente ejercicio en el escritor de ecuaciones: $5 \div 5 + 2$.

El resultado es la expresión

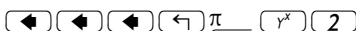
$$\frac{5}{5+2}$$

El cursor se muestra como una flecha apuntando hacia la izquierda. El cursor indica la posición de edición actual en la pantalla del escritor de ecuaciones. Por ejemplo, con el cursor en la posición mostrada anteriormente, escríbase:

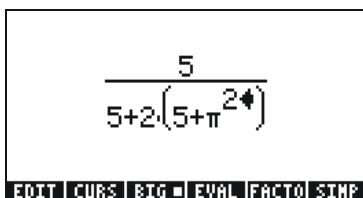
La expresión así editada lucirá ahora de la siguiente manera:

$$\frac{5}{5+2\left(5+\frac{1}{3}\right)}$$

Supóngase que se desea reemplazar la expresión entre paréntesis en el denominador (es decir, $5+1/3$) con $(5+\pi^2/2)$. Para empezar, utilícese la tecla de borrar (\leftarrow) para borrar la fracción $1/3$, y reemplazarla con $\pi^2/2$. Utilídense las siguientes teclas:



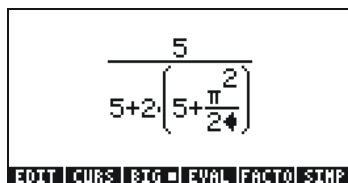
A este punto, la pantalla lucirá de la siguiente manera:



Para escribir el denominador 2 debajo de π^2 , es necesario seleccionar la expresión π^2 completa. Esto se consigue al presionar la tecla direccional horizontal (\rightarrow), una sola vez. Después, escribise:



La expresión resultante es:



Supóngase que se quiere sumar la cantidad $1/3$ a esta expresión para obtener:

$$\frac{5}{5 + 2 \cdot \left(5 + \frac{\pi^2}{2}\right)} + \frac{1}{3}$$

Para empezar, es necesario seleccionar todo el primer término utilizando, ya sea, la tecla direccional horizontal (\rightarrow) o la tecla direccional vertical (\uparrow), repetidamente, hasta que la expresión completa haya sido seleccionada, es decir, siete veces:

$$\frac{5}{5+2\left(5+\frac{\pi}{2}\right)}$$

EDIT CURS BIG ▣ EVAL FACTO SIMP

NOTA: Como forma alternativa, comenzando en la posición original del cursor (a la derecha del 2 en el denominador de $\pi^2/2$), se puede utilizar la combinación de teclas $\left(\rightarrow\right) \left(\blacktriangle\right)$, que se interpreta como $\left(\rightarrow\right) \left(\blacktriangledown\right)$.

Una vez seleccionada la expresión como se mostró anteriormente, escríbase $\left(+\right) \left(/ \right) \left(\div\right) \left(3\right)$ para agregar la fracción $1/3$ a la expresión. El resultado es:

$$\frac{5}{5+2\left(5+\frac{\pi}{2}\right)} + \frac{1}{3}$$

EDIT CURS BIG ▣ EVAL FACTO SIMP

Creación de expresiones algebraicas

Una expresión algebraica es muy similar a una expresión aritmética, excepto que en la última se pueden incluir letras castellanas y griegas. El procedimiento de creación de una expresión algebraica sigue la misma idea que el crear una expresión aritmética, excepto que se tiene que utilizar el teclado alfanumérico.

Para ilustrar el uso del escritor de ecuaciones para escribir una expresión algebraica se utilizará el siguiente ejemplo. Supóngase que se quiere escribir la expresión:

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \lambda + e^{-\mu} \cdot LN\left(\frac{x + 2\mu \cdot \Delta y}{\theta^{1/3}}\right)$$

Utilídense las siguientes teclas:

$\left(2\right) \left(\div\right) \left(\sqrt{x}\right) \left(3\right) \left(\blacktriangleright\right) \left(\blacktriangleright\right) \left(\times\right) \left(\text{ALPHA}\right) \left(\rightarrow\right) \left(N\right) \left(+\right) \left(\leftarrow\right) \left(e^x\right) \left(+/-\right) \left(\text{ALPHA}\right) \left(\rightarrow\right) \left(M\right)$
 $\left(\blacktriangleright\right) \left(\blacktriangleright\right) \left(\times\right) \left(\rightarrow\right) \left(\text{LN}\right) \left(\text{ALPHA}\right) \left(\leftarrow\right) \left(X\right) \left(+\right) \left(2\right) \left(\times\right) \left(\text{ALPHA}\right) \left(\rightarrow\right) \left(M\right) \left(\times\right) \left(\text{ALPHA}\right) \left(\rightarrow\right) \left(C\right)$
 $\left(\text{ALPHA}\right) \left(\leftarrow\right) \left(Y\right) \left(\blacktriangle\right) \left(\blacktriangle\right) \left(\blacktriangle\right) \left(\div\right) \left(\text{ALPHA}\right) \left(\rightarrow\right) \left(\pi\right) \left(y^x\right) \left(/ \right) \left(\div\right) \left(3\right)$

El resultado es el siguiente:

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \lambda x e^{-\mu} \ln\left(\frac{x+2\mu\Delta y}{\frac{1}{\theta^{\frac{1}{3\lambda}}}}\right)$$

EDIT CURS BIG EVAL FACTO SIMP

En este ejemplo se utilizan varias letras minúsculas del Castellano, por ejemplo, x (ALPHA \leftarrow X), varias letras griegas, por ejemplo, λ (ALPHA \rightarrow N), e inclusive una combinación de letras castellanas y griegas, Δy (ALPHA \rightarrow C ALPHA \leftarrow Y). Obsérvese que para escribir una letra castellana en minúscula es necesario utilizar la combinación de teclas ALPHA \leftarrow seguida de la tecla de la letra a escribirse. Así mismo, se pueden copiar caracteres especiales utilizando el menú CHARS (\rightarrow CHARS) si no se desea memorizar la combinación de teclas que produce el carácter deseado.

Para mayor información sobre la edición, evaluación, factorización, y simplificación de expresiones algebraicas usando el escritor de ecuaciones, véase el Capítulo 2 de la guía del usuario de la calculadora.

Organización de los datos en la calculadora

Es posible organizar los datos en la calculadora al almacenar variables en una colección de directorios. La base de esta colección es el directorio HOME, que se describe a continuación.

El directorio HOME

Para acceder al directorio HOME, presiónese la función UPDIR (\leftarrow UPDIR) - repítase cuantas veces sea necesario - hasta que la especificación <HOME> se muestra en la segunda línea del encabezado de la pantalla. Como una alternativa, utilícese \leftarrow (manténgase presionada la tecla UPDIR). En este ejemplo, el directorio HOME contiene solamente el subdirectorio CASDIR. Presiónese la tecla VAR para mostrar las variables en las teclas de menú:



Sub-directorios

Para almacenar datos en una colección de directorios bien organizada, el usuario podría crear una serie de sub-directorios dentro del directorio HOME, y aún más sub-directorios dentro de estos sub-directorios, hasta formar una jerarquía de directorios similar a los directorios en un ordenador (computador, o computadora). Los sub-directorios pueden identificarse con nombres que reflejen el contenido de los mismos, o con cualquier nombre que el usuario quiera darles. Para mayor información sobre la manipulación de directorios en la calculadora véase el Capítulo 2 en la guía del usuario.

Variables

Las variables en la calculadora son similares a los archivos en el disco duro de un ordenador (computador, o computadora). Es posible almacenar un objeto (valores numéricos, expresiones algebraicas, listas, vectores, matrices, programas, etc.) en una variable. Las variables se identifican por un nombre, el cual puede ser cualquier combinación de caracteres alfabéticos o numéricos, comenzando siempre por una letra (ya sea castellana o griega). Algunos caracteres no alfabéticos, tales como la flecha (\rightarrow), pueden utilizarse en el nombre de una variable, si se combinan con un carácter alfabético. Por lo tanto, ' $\rightarrow A$ ' es un nombre válido para una variable, pero ' \rightarrow ' no lo es. Ejemplos de nombres válidos para una variable son: 'A', 'B', 'a', 'b', ' α ', ' β ', 'A1', 'AB12', ' $\rightarrow A12$ ', 'Vel', 'Z0', 'z1', etc.

No se puede asignar a una variable un nombre igual al de una función en la calculadora. Algunos de los nombres reservados por la calculadora son los siguientes: ALRMDAT, CST, EQ, EXPR, IERR, IOPAR, MAXR, MINR, PICT, PPAR, PRTPAR, VPAR, ZPAR, der_, e, i, n1, n2, ..., s1, s2, ..., Σ DAT, Σ PAR, π , ∞

Las variables pueden organizarse en sub-directorio (véase el Capítulo 2 en la guía del usuario de la calculadora para mayor información).

Creación de variables

La forma más simple de crear una variable es a través de la tecla **STO**. Los ejemplos siguientes muestran como almacenar los objetos listados en la tabla que se muestra a continuación (Presiónese **VAR**, de ser necesario, para ver el menú de variables):

Nombre	Contenido	Tipo
α	-0.25	real
A12	3×10^5	real
Q	'r/(m+r)'	algebraico
R	[3,2,1]	vector
z1	3+5i	complejo
p1	$\langle\langle \rightarrow r \pi * r^2 \rangle\rangle$	programa

Escójase el modo algebraico o RPN para ejecutar estos ejercicios.

Modo algebraico

Para almacenar el valor -0.25 en la variable α , utilícese: **0** **.** **2** **5** **+/-** **STO** **ALPHA** **→** **A**. Al terminar este ejercicio la pantalla luce de esta manera:



Presiónese **ENTER** para crear la variable. La variable se muestra en las teclas de menú **VAR**:



Los siguientes son los procedimientos requeridos para almacenar las variables restantes:

A12: **3** **EEX** **5** **STO** **ALPHA** **A** **1** **2** **ENTER**

Q: **ALPHA** **←** **R** **÷** **←** **()**

ALPHA **←** **M** **+** **ALPHA** **←** **R** **▶** **▶** **STO** **ALPHA** **Q** **ENTER**

R: **←** **!|** **3** **→** **,** **2** **→** **,** **1** **▶** **STO** **ALPHA** **R** **ENTER**

z1: **3** **+** **5** **×** **←** **i** **STO** **ALPHA** **←** **Z** **1** **ENTER** (Aceptar cambio a modo *Complex*, de ser necesario).

p1: <<> (→) (→) (ALPHA) (←) (R) (,) (←) (π) (X)
 (ALPHA) (←) (R) (y^x) (2) (▶) (▶) (▶) (STO) (ALPHA) (←) (P) (|) (ENTER)

Al terminar estos ejercicios la pantalla lucirá de la forma siguiente:



Nótese que las teclas de menú muestran seis variables: $p1$, $z1$, R , Q , $A12$, α .

Modo RPN

(Utilícese (MODE) (+/-) (MODE) para cambiar el modo operativo a RPN). Utilícense las teclas siguientes para almacenar el valor -0.25 en la variable α : (.) (2) (5) (+/-) (ENTER) (,) (ALPHA) (→) (A) (ENTER). Al finalizar este ejercicio, la pantalla muestra lo siguiente:



Con -0.25 en el nivel 2 de la pila y ' α ' en el nivel 1 de la pila, puede usar la tecla (STO) para crear la variable. La variable se muestra en las teclas del menú cuando presione (VAR):



Para almacenar el valor 3×10^5 en la variable $A12$, se puede utilizar: (3) (EEX) (5) (,) (ALPHA) (A) (|) (2) (ENTER) (STO)

He aquí una forma de almacenar el contenido de la variable Q :

Q: (ALPHA) (←) (R) (÷) (←) (|)
 (ALPHA) (←) (M) (+) (ALPHA) (←) (R) (▶) (▶) (,) (ALPHA) (Q) (ENTER) (STO)

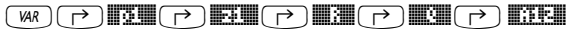
Para almacenar el contenido de R , utilícese, por ejemplo:

R: (←) (|) (3) (SPC) (2) (SPC) (|) (▶) (,) (ALPHA) (R) (STO)

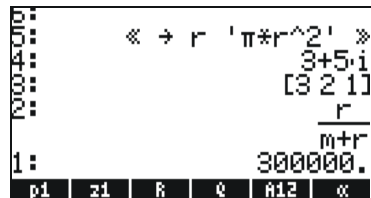
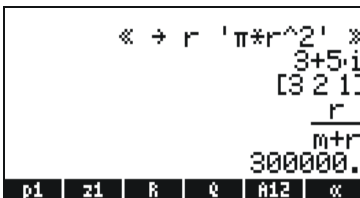


Utilizando la tecla seguida de la tecla del menú

Este procedimiento para examinar el contenido de las variables puede utilizarse ya sea en modo algebraico como en modo RPN. Ejecútense los siguientes ejemplos en cualquiera de los modos de operación:



Los resultados se muestran a continuación (Modo algebraico a la izquierda, modo RPN a la derecha):

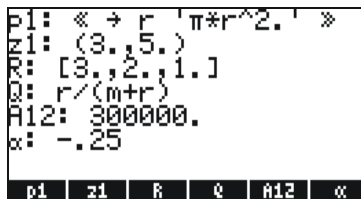


Nótese que en este caso el programa contenido en la variable p1 se lista en la pantalla. Para ver el contenido de α , utilícese:



Listado de las variables en la pantalla

Utilícese la combinación $\rightarrow \nabla$ para listar el contenido de todas las variables en la pantalla. Por ejemplo:



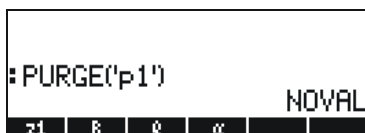
Presiónese ON para recobrar la pantalla normal.

Eliminación de las variables

La forma más simple de eliminar variables es utilizando la función PURGE (eliminar). Esta función puede accederse directamente al utilizar el menú TOOLS (TOOL), o al utilizar el menú FILES (archivos) \leftarrow FILES $\left[\text{GRID} \right]$.

Usando la función PURGE en la pantalla en Modo algebraico

Nuestra lista de variables contiene las variables $p1$, $z1$, Q , R , y α . A continuación se utiliza la función PURGE para eliminar las variables $p1$ y A . Presiónese $\left[\text{TOOL} \right] \left[\text{GRID} \right]$ $\left[\text{VAR} \right] \left[\text{GRID} \right]$ $\left[\text{ENTER} \right]$, y a continuación $\left[\text{TOOL} \right] \left[\text{GRID} \right]$ $\left[\text{VAR} \right] \left[\text{GRID} \right]$ $\left[\text{ENTER} \right]$. La pantalla indica que las variables $p1$ y A han sido eliminada:

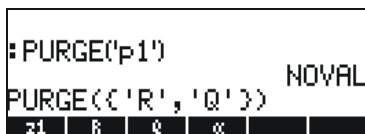


```
: PURGE('p1')
NOVAL
z1 | R | Q | alpha
```

La función PURGE puede utilizarse para eliminar más de una variable al colocar sus nombres en una lista que pasa a ser el argumento de la función. Por ejemplo, si quisiéramos eliminar las variables R y Q , simultáneamente, se puede utilizar :

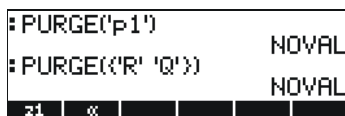
$\left[\text{TOOL} \right] \left[\text{GRID} \right] \left[\leftarrow \right] \left[\{ \} \right] \left[\cdot \right] \left[\text{VAR} \right] \left[\text{GRID} \right] \left[\rightarrow \right] \left[\cdot \right] \left[\text{VAR} \right] \left[\text{GRID} \right]$

La pantalla muestra la función PURGE a punto de activarse para eliminar las variables R y Q :



```
: PURGE('p1')
NOVAL
PURGE(('R', 'Q'))
NOVAL
z1 | R | Q | alpha
```

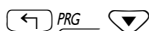
Para completar el ejercicio, presiónese $\left[\text{ENTER} \right]$. La pantalla muestra las variables restantes:



```
: PURGE('p1')
NOVAL
: PURGE(('R', 'Q'))
NOVAL
z1 | alpha
```

Utilizando la función PURGE en la pantalla en Modo RPN

Asumiendo que nuestra lista de variables contiene $p1$, $z1$, Q , R , y α . Utilizaremos la función PURGE para eliminar la variable $p1$. Presiónese



Mostrar el menú PROG. Seleccionar MEMORY.



Mostrar el menú MEMORY. Seleccionar DIRECTORY.



Mostrar menú DIRECTORY. Seleccionar ORDER.



Activar la función ORDER.

Una forma alternativa de mostrar las funciones de un menú es a través de teclas de menú (*soft MENU*), al manipular la señal de sistema número 117 (system flag 117). (Para información adicional sobre señales de sistema véanse los Capítulos 2 y 24 en la guía del usuario). Para seleccionar esta señal utilícese:



La pantalla muestra la señal de sistema número 117 sin seleccionar (es decir, con la opción *CHOOSE boxes* activa):



Presiónese la tecla **0017** para seleccionar esta señal de sistema activando la opción *soft MENU*. La pantalla reflejará esta selección:



Presiónese **0018** dos veces para recobrar la pantalla normal.

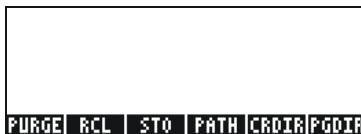
A continuación, se busca la función ORDER utilizando teclas de menú. Para comenzar, presiónese **←** *PRG*. Nótese que en vez de una lista de menú se obtienen ahora teclas de menú para el menú PROG, es decir,



Presiónese **F2** para seleccionar el menú MEMORY (**0019**). La pantalla muestra las siguientes teclas de menú:



Presiónese **F5** para seleccionar el menú DIRECTORY (**0020**)



La función ORDER no se muestra en esta página de menú. Para encontrar esta función presiónese **NXT**:



Para activar la función ORDER, presiónese la tecla de menú F3 (ORDER).

Referencias

Para mayor información sobre la escritura y manipulación de expresiones en la pantalla o en el escritor de ecuaciones véase el Capítulo 2 de la guía del usuario. Para información sobre las opciones del CAS, véase el Apéndice C en la guía del usuario. Para información sobre las señales de sistema (system flags) en la calculadora, véase el Capítulo 24 en la guía del usuario.

Capítulo 3

Cálculos con números reales

Este Capítulo demuestra el uso de la calculadora para operaciones y las funciones relacionadas con los números reales. Se asume que el usuario está familiarizado con el teclado para identificar ciertas funciones disponibles en el mismo (por ejemplo, SIN, COS, TAN, etc.). Así mismo, se asume que el lector sabe como seleccionar el sistema operativo de la calculadora (Capítulo 1), como usar menús y listas de selección (Capítulo 1), y como utilizar variables (Capítulo 2).

Ejemplos de cálculos con números reales

Para ejecutar cálculos con números reales es preferible que el CAS tenga activa la opción *Real* (en contraste con la opción *Complex*). La opción *Exact* es la opción pre-seleccionada por la calculadora para la mayoría de las operaciones. A continuación se ilustran algunos cálculos con números reales.

- Use la tecla \pm para cambiar el signo de un número.
Por ejemplo, en modo ALG, \pm 2 \cdot 5 ENTER .
En modo RPN, 2 \cdot 5 \pm .
- Use la tecla $\frac{1}{x}$ para calcular el inverso de un número.
Por ejemplo, en modo ALG, $\frac{1}{x}$ 2 ENTER .
En modo RPN, 4 $\frac{1}{x}$.
- Para adición, sustracción, multiplicación, división, use la tecla apropiada para esas operaciones, es decir, $+$ $-$ \times \div .
Ejemplos en modo ALG:

$$3 \cdot 7 + 5 \cdot 2 \text{ ENTER}$$

$$6 \cdot 3 - 8 \cdot 5 \text{ ENTER}$$

$$4 \cdot 2 \times 2 \cdot 5 \text{ ENTER}$$

$$2 \cdot 3 \div 4 \cdot 5 \text{ ENTER}$$

Ejemplos en modo RPN:

$$3 \cdot 7 \text{ ENTER } 5 \cdot 2 +$$

$$6 \cdot 3 \text{ ENTER } 8 \cdot 5 -$$

$$4 \cdot 2 \text{ ENTER } 2 \cdot 5 \times$$

$$2 \cdot 3 \text{ ENTER } 4 \cdot 5 \div$$

La función raíz cuadrada, $\sqrt{\quad}$, está disponible en la tecla R. Cuando se calcula en la pantalla en modo ALG, escríbase la función antes del argumento, por ejemplo,

$\sqrt{\quad}$ 1 2 3 . 4 ENTER

En Modo RPN, escríbase el número primero, seguido por la función, por ejemplo,

1 2 3 . 4 $\sqrt{\quad}$

- La función potencia, \wedge , se encuentra disponible en la tecla γ^x . Cuando se calcula en la pantalla en modo ALG, escríbase la base (y) seguida de la tecla γ^x , y del exponente (x), por ejemplo,

5 . 2 γ^x 1 . 2 5 ENTER

En Modo RPN, escríbase el número primero, seguido por la función, por ejemplo,

5 . 2 ENTER 1 . 2 5 γ^x

- La función raíz, $X\text{ROOT}(y,x)$, está disponible a través de la combinación de teclas $\overrightarrow{\text{R}} \sqrt[x]{\quad}$. Cuando se calcula en la pantalla en modo ALG, escríbase la función XROOT seguida por los argumentos (y,x), separados por comas, por ejemplo,

$\overrightarrow{\text{R}} \sqrt[x]{\quad}$ 3 $\overrightarrow{\text{R}} \text{ , } 2 7$ ENTER

En Modo RPN, escríbase el argumento y, primero, después, x, y finalmente la función, por ejemplo,

2 7 ENTER 3 $\overrightarrow{\text{R}} \sqrt[x]{\quad}$

- Los logaritmos de base 10 se calculan a través de la combinación de teclas $\overrightarrow{\text{R}} \text{ LOG}$ (función LOG) mientras que su inversa (ALOG, o antilogaritmo) se calcula utilizando $\overleftarrow{\text{R}} 10^x$. En modo ALG, la función se escribe antes del argumento:

$\overrightarrow{\text{R}} \text{ LOG}$ 2 . 4 5 ENTER

$\overleftarrow{\text{R}} 10^x$ +/- 2 . 3 ENTER

En Modo RPN, el argumento se escribe antes de la función:

2 . 4 5 $\overrightarrow{\text{R}} \text{ LOG}$

2 . 3 +/- $\overleftarrow{\text{R}} 10^x$

Utilizando potencias de 10 al escribir datos

Potencias de diez, es decir, números de la forma -4.5×10^{-2} , etc., se escriben utilizando la tecla (EEX). Por ejemplo, en modo ALG:

(+/-) 4 . 5 (EEX) (+/-) 2 (ENTER)

O, en modo RPN:

4 . 5 (+/-) (EEX) 2 (+/-) (ENTER)

- Los logaritmos naturales se calculan utilizando (→) LN (función LN) mientras que la función exponencial (EXP) se calcula utilizando (←) e^x . En modo ALG, la función se escribe antes del argumento:

(→) LN 2 . 4 5 (ENTER)

(←) e^x (+/-) 2 . 3 (ENTER)

En Modo RPN, el argumento se escribe antes de la función:

2 . 4 5 (ENTER) (→) LN

2 . 3 (+/-) (ENTER) (←) e^x

- Tres funciones trigonométricas se encuentran disponibles en el teclado: seno (SIN), coseno (COS), y tangente (TAN). Los argumentos de estas funciones son ángulos ya sea en grados, radianes, o grados decimales. Los siguientes ejemplos usan ángulos en grados (DEG):

En Modo ALG:

(SIN) 3 0 (ENTER)

(COS) 4 5 (ENTER)

(TAN) 1 3 5 (ENTER)

En Modo RPN:

3 0 (SIN)

4 5 (COS)

1 3 5 (TAN)

- Las funciones trigonométricas inversas disponibles en el teclado son el arco seno (←) ASIN, el arco coseno (←) ACOS, y la arco tangente (←) ATAN. Los resultados de estas funciones se darán en la medida angular seleccionada por el usuario (DEG, RAD, GRD). Algunos ejemplos se muestra a continuación:

En Modo ALG:

(←) ASIN 0 . 2 5 (ENTER)

(←) ACOS 0 . 8 5 (ENTER)

(←) ATAN 1 . 3 5 (ENTER)

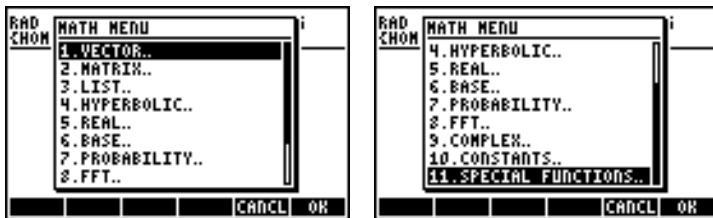
En Modo RPN:

0 . 2 5 \leftarrow ASIN
0 . 8 5 \leftarrow ACOS
1 . 3 5 \leftarrow ATAN

Todas las funciones descritas anteriormente, es decir, ABS, SQ, $\sqrt{\quad}$, \wedge , XROOT, LOG, ALOG, LN, EXP, SIN, COS, TAN, ASIN, ACOS, y ATAN, pueden combinarse con las operaciones fundamentales (\oplus \ominus \otimes \div) para formar expresiones más complejas. El escritor de ecuaciones (Equation Writer), cuya operación se describe en el Capítulo 2, es el ambiente ideal para construir tales expresiones, sin importar el modo operativo de la calculadora.

Las funciones de números reales en el menú MTH

El menú MTH (\leftarrow MTH) incluye un número de funciones matemáticas que se aplican principalmente a los números reales. Utilizando la opción de listas de funciones (*CHOOSE boxes*) para la señal de sistema número 117 (véase el Capítulo 2), el menú MTH muestra las siguientes funciones:



Las funciones se agrupan por el tipo de argumento (1. vectores, 2. matrices, 3. listas, 7. probabilidad, 9. complejos) o por el tipo de función (4. hiperbólicas, 5. reales, 6. de base, 8. fft (transformada rápida de Fourier, o fast Fourier transform)). El menú contiene así mismo una opción para las constantes matemáticas disponibles en la calculadora, opción número 10.

En general, téngase cuidado del número y orden de los argumentos requeridos para cada función, y téngase en cuenta que, en el modo ALG uno debe seleccionar primero la función y después escribir el o los argumentos, mientras que en Modo RPN, uno debe escribir el argumento en la pantalla primero, y después seleccionar la función.

Usando los menús de la calculadora:

1. Describiremos en detalle el uso del menú 4. *HYPERBOLIC..* en esta sección con la intención de describir la operación general de los menús de la calculadora. Préstese atención particular al proceso de selección de opciones.
2. Para seleccionar una de las opciones en una lista (CHOOSE box), simplemente presiónese el número de esa opción en el teclado. Por ejemplo, para seleccionar la opción 4. *HYPERBOLIC..* en el menú MTH, simplemente presiónese $\boxed{4}$.

Las funciones hiperbólicas y sus inversas

Al seleccionar la opción 4. *HYPERBOLIC..* , en el menú *MTH*, y al presionar $\boxed{\text{F5}}$, se produce el menú de funciones hiperbólicas:



Por ejemplo, en Modo ALG, la secuencia de teclas para calcular $\tanh(2.5)$ es la siguiente:

$\boxed{\leftarrow}$ *MTH* $\boxed{4}$ $\boxed{\text{F5}}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\text{F5}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\text{ENTER}}$

En el modo RPN, las teclas para esta operación son las siguientes:

$\boxed{2}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{\leftarrow}$ *MTH* $\boxed{4}$ $\boxed{\text{F5}}$ $\boxed{\text{F5}}$

Las operaciones mostradas anteriormente asumen que uno utiliza la opción pre-definida para la señal de sistema número 117 (*CHOOSE boxes*). Si uno ha cambiado esta señal de sistema (véase el Capítulo 2) a *SOFT menu*, el menú MTH resulta ser como se muestra a continuación (a la izquierda en modo ALG, a la derecha en Modo RPN):



Presiónese la tecla $\boxed{\text{NXT}}$ para mostrar las demás opciones:



Por lo tanto, para seleccionar, por ejemplo, el menú de las funciones hiperbólicas, en este formato de menú presiónese la tecla . Esta acción produce el menú:



Finalmente, para seleccionar, por ejemplo, la función tangente hiperbólica (\tanh), simplemente presiónese la tecla .

Nota: Para ver opciones adicionales en este formato de menús, presiónese la tecla L o las teclas *PREV* .

Por ejemplo, para calcular $\tanh(2.5)$, en modo ALG, cuando se usan menús de teclas (*SOFT menus*) en vez de menús de listas (*CHOOSE boxes*), utilícese el procedimiento siguiente:

MTH 2 . 5 ENTER

En Modo RPN, el mismo valor se calcula utilizando:

2 . 5 ENTER MTH

Como ejercicio de aplicación de las funciones hiperbólicas, verifíquense los siguientes valores:

$$\text{SINH}(2.5) = 6.05020..$$

$$\text{ASINH}(2.0) = 1.4436...$$

$$\text{COSH}(2.5) = 6.13228..$$

$$\text{ACOSH}(2.0) = 1.3169...$$

$$\text{TANH}(2.5) = 0.98661..$$

$$\text{ATANH}(0.2) = 0.2027...$$

$$\text{EXPM}(2.0) = 6.38905....$$

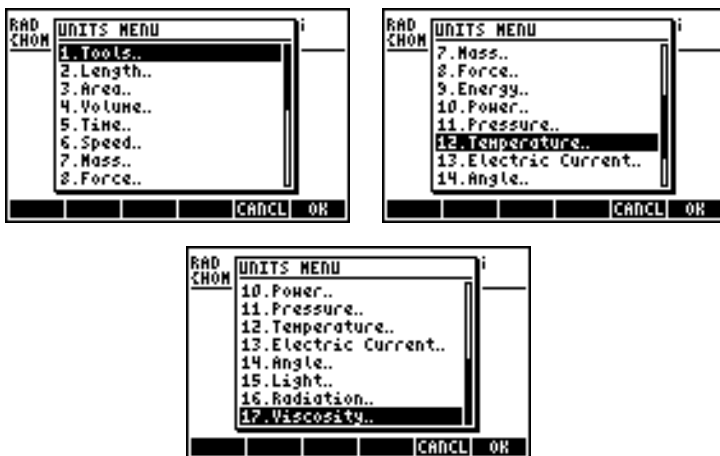
$$\text{LN}P1(1.0) = 0.69314....$$

Operaciones con unidades

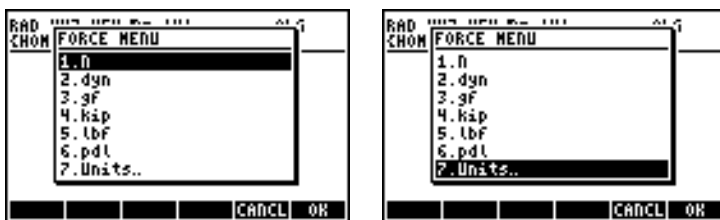
Los números reales en la calculadora pueden escribirse con unidades de medida. Por lo tanto, es posible calcular resultados que involucren un sistema de unidades consistentes y producir un resultado con la combinación de unidades apropiadas.

El menú de UNIDADES

El menú de unidades (UNITS menu) se obtiene a través de la combinación de teclas \rightarrow UNITS (asociada con la tecla 6). Con la señal de sistema número 117 indicando listas de menú (CHOOSE boxes), el resultado es el siguiente menú:



La opción 1. *Tools..* (herramientas) contiene las funciones usadas para operar en unidades (se presentan más adelante). Las opciones 2. *Length..* a 17. *Viscosity..* contiene menús con varias unidades para cada una de las cantidades descritas. Por ejemplo, al seleccionarse la opción 8. *Force..* se muestra el siguiente menú de unidades:



El usuario reconocerá la mayoría de estas unidades de sus estudios de física o química (algunas, por ejemplo, la dina (dyne), ya no se utilizan muy comúnmente): *N* = newtons, *dyn* = dynes (dinas), *gf* = gramos – fuerza (distinto de gramos-masa, ó simplemente gramos, una unidad de masa), *kip* = kilo-poundal (1000 libras), *lbf* = libra-fuerza (distinto de libra-masa), *pdl* = poundal.

Para adjuntar unidades a un número, el número debe seguirse de una línea subrayada. Por lo tanto, una fuerza de 5 N se escribe como 5_N.

El uso de teclas de menú (SOFT menus) provee una forma más conveniente de agregar unidades cuando se utilizan números con unidades. Cámbiense la señal de sistema número 117 a la opción SOFT menus (véase el Capítulo 2), y utilícese la combinación de teclas \rightarrow **UNITS** para obtener los siguientes menús. Presiónese la tecla **NXT** para activar la siguiente página del menú.

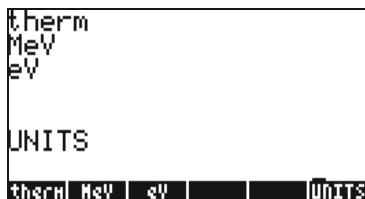
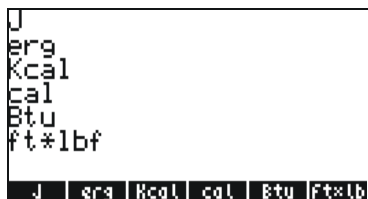


Al presionarse la tecla de menú apropiada se abrirá el sub-menú de unidades para esa selección particular. Por ejemplo, para el menú **SPEED** (rapidez, velocidad), se encuentran disponibles las siguientes unidades:



Al presionarse la tecla **UNITS** se reactiva el menú de UNIDADES.

Las opciones de un menú pueden listarse en la pantalla al usar las teclas \rightarrow \downarrow , por ejemplo, para las unidades **ENRG** (energía) se listan las siguientes opciones:



Nota: Utilícense las teclas **NXT** ó \leftarrow **PREV** para navegar a través de los diferentes menús.

Unidades disponibles

Véase el Capítulo 3 en la guía del usuario.

Agregando unidades a los números reales

Para adjuntar unidades a un número, el número debe seguirse de una línea subrayada ($\overline{}$, tecla (8,5)). Por lo tanto, una fuerza de 5 N se escribe como 5_N. La siguiente secuencia de teclas permite escribir este número con unidades en modo ALG (la señal de sistema número 117 utiliza la opción *CHOOSE boxes*):

5 $\overline{}$ $\overline{}$ UNITS 8 $\overline{}$ $\overline{}$ ENTER

Nota: Si se olvida uno de escribir la línea subrayada, el resultado es la expresión algebraica $5*N$, en la cual N representa una variable y no las unidades de fuerza, Newtons.

Para escribir esta misma cantidad, con la calculadora en Modo RPN, utilícense las teclas siguientes:

5 $\overline{}$ UNITS 8 $\overline{}$ $\overline{}$

Nótese que la línea subrayada se escribe automáticamente al usarse el modo RPN.

La secuencia de teclas para escribir unidades cuando la opción *SOFT menu* ha sido seleccionada, en ambos modos, ALG y RPN, se ilustran a continuación. Por ejemplo, en Modo ALG, para escribir la cantidad 5_N use:

5 $\overline{}$ $\overline{}$ UNITS NXT $\overline{}$ $\overline{}$ ENTER

La misma cantidad escrita en Modo RPN utiliza las siguientes teclas:

5 $\overline{}$ UNITS NXT $\overline{}$ $\overline{}$

Nota: Uno puede escribir una cantidad con unidades utilizando el teclado alfanumérico (ALPHA), por ejemplo, 5 $\overline{}$ (ALPHA) N produce la cantidad: 5_N.

Prefijos de unidades

Uno puede escribir prefijos para las unidades de acuerdo con la siguiente tabla de prefijos del Sistema Internacional (S.I.). La abreviatura del prefijo se muestra primero, seguida del nombre, y del exponente x en el factor 10^x correspondiente a cada prefijo:

Prefijo	Nombre	x	Prefijo	Nombre	x
Y	yotta	+24	d	deci	-1
Z	zetta	+21	c	centi	-2
E	exa	+18	m	milli	-3
P	peta	+15	μ	micro	-6
T	tera	+12	n	nano	-9
G	giga	+9	p	pico	-12
M	mega	+6	f	femto	-15
k,K	kilo	+3	a	atto	-18
h,H	hecto	+2	z	zepto	-21
D(*)	deka	+1	y	yocto	-24

(*) en el sistema SI, este prefijo se escribe *da* en vez de *D*. En la calculadora, sin embargo, utilícese *D* en vez de deca.

Para escribir estos prefijos, simplemente utilícese el teclado alfanumérico **ALPHA**. Por ejemplo, para escribir 123 pm (picómetro), use:

1 **2** **3** **→** **—** **ALPHA** **←** **P** **ALPHA** **←** **M**

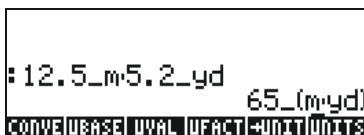
La función UBASE (escriba el nombre de la función), que se usa para convertir a la unidad base (1 m), produce lo siguiente:

```

:123.1_pm
                123_pm
:UBASE(ANS(1))
                .000000000123_m
CONV|UBASE|UVAL|UFACT|+UNIT|UNITS
    
```

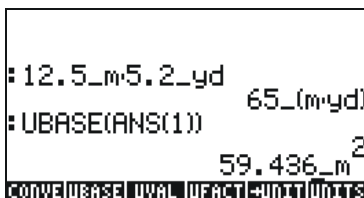
Operaciones con unidades

A continuación se presentan algunos ejemplos de cálculos con unidades en el modo ALG. Téngase en cuenta que, cuando se multiplican o dividen cantidades con unidades, uno debe encerrar esas cantidades entre paréntesis. Por lo tanto, para escribir, por ejemplo, el producto $12.5\text{ m} \times 5.2\text{ yd}$, úsese $(12.5_m)*(5.2_yd)$ (ENTER):



```
: 12.5_m*5.2_yd
                        65_(m.yd)
CONVE UBASE UVAL UFACT UNIT UNITS
```

que resulta en 65_(m.yd) . Para convertir este resultado a unidades del sistema SI, utilícese la función UBASE (use el catálogo de funciones para ubicarla, (→) _CAT):

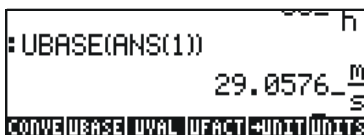


```
: 12.5_m*5.2_yd
                        65_(m.yd)
: UBASE(ANS(1))
                        59.436_m^2
CONVE UBASE UVAL UFACT UNIT UNITS
```

Nota: Recuérdese que la variable ANS(1) se encuentra disponible a través de la secuencia de teclas (←) ANS (asociada con la tecla (ENTER)).

Para calcular una división, por ejemplo, $3250\text{ mi} / 50\text{ h}$, escríbese como $(3250_mi)/(50_h)$ (ENTER)

la cual, transformada a unidades SI con la función UBASE, produce:



```
: UBASE(ANS(1))
                        29.0576_m/s
CONVE UBASE UVAL UFACT UNIT UNITS
```







La adición y la sustracción pueden ejecutarse, en modo ALG, sin usar paréntesis, por ejemplo, $5\text{ m} + 3200\text{ mm}$, se escribe simplemente como:

$5_m + 3200_mm$ (ENTER).

Expresiones más complicadas requieren el uso de paréntesis, por ejemplo,

$(12_mm)*(1_cm^2)/(2_s)$ (ENTER):

Cálculos en la pantalla (stack) en modo RPN, no requieren que se encierren los términos entre paréntesis, por ejemplo,

12  ENTER 1.5  ENTER 
 3250  ENTER 50  ENTER 

Estas operaciones producen los siguientes resultados:





Conversión de unidades
















El menú de unidades (UNITS menu) contiene un sub-menú de herramientas (TOOLS), el cual provee las siguientes funciones:

- CONVERT(x,y): convierte unidades x a unidades y
- UBASE(x): convierte unidades x a unidades SI
- UVAL(x): extrae el valor de la cantidad, x, con unidades
- UFACT(x,y): factoriza las unidades y de la cantidad x
- UNIT(x,y): combine valor de x con unidades de y

Ejemplos de aplicación de la función CONVERT se muestran a continuación. Ejemplos de otras funciones del sub-menú UNIT/TOOLS se presentan en el Capítulo 3 de la guía del usuario de la calculadora. Por ejemplo, para convertir 33 watts a btu utilícese una de las siguientes operaciones:

CONVERT(33_W,1_hp)  ENTER
 CONVERT(33_W,11_hp)  ENTER

Constantes físicas en la calculadora

Las constantes físicas en la calculadora se localizan en una biblioteca de constantes (*constants library*) que se activa con la función CONLIB. Para activar esta función escribese en la pantalla el nombre de la función:  ALPHA  C  N  L  T  B  ENTER, o, selecciónese la función CONLIB en el catálogo de funciones siguiendo este procedimiento: Primero, ábrase el catálogo de funciones utilizando:  CAT  C. A continuación, utilídense las teclas direccionales verticales   para seleccionar CONLIB. Finalmente, presiónese . Presiónese  , de ser necesario, utilídense las teclas direccionales verticales ( ) para navegar a través de la lista de constantes en la calculadora.

Las teclas de menú correspondientes a la biblioteca de constantes (CONSTANTS LIBRARY) incluyen las siguientes funciones:

- SI cuando se selecciona esta opción, se usan unidades SI (*)
- ENGL cuando se selecciona esta opción, se usan unidades inglesas (*)
- UNIT cuando se selecciona esta opción, se muestran unidades (*)
- VALUE cuando se selecciona esta opción, no se muestran unidades
- STK copia el valor (con ó sin unidades) a la pantalla
- QUIT abandona la biblioteca de unidades

(*) Activada solamente si la opción VALUE (valor) ha sido seleccionada.

La pantalla de la biblioteca de constantes (CONSTANTS LIBRARY) aparece como se muestra a continuación si se ha seleccionado la opción VALUE (unidades en el sistema SI):



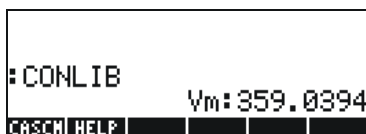
Para ver los valores de las constantes en el sistema inglés (o sistema imperial), presíonese la opción **ENGL** :



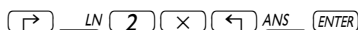
Si se remueve la opción UNITS opción (presíonese **UNIT**) se muestran solamente los valores de las constantes (en este caso, en unidades inglesas):



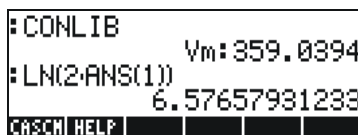
Para copiar el valor de Vm a la pantalla, selecciónese el nombre de la constante y presiónese **ENTR**, después, presiónese **ALG**. Cuando se utiliza el modo ALG, la pantalla mostrará el siguiente resultado:



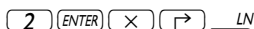
La pantalla muestra lo que se denomina un valor rotulado (*tagged value*), Vm:359.0394. En este resultado, Vm, es el rótulo (*tag*) del resultado. Cualquier operación aritmética que utilice este número simplemente ignora el rótulo en el resultado. Por ejemplo:



produce:



Esta misma operación en Modo RPN requiere las siguientes teclas (después de extraer el valor de Vm de la biblioteca de constantes):



Definiendo y usando funciones

Los usuarios pueden definir sus propias funciones a través de la partícula DEFINE disponible a través de las teclas \leftarrow DEF \leftarrow (asociada con la tecla \leftarrow 2). La función deberá escribirse en el siguiente formato:

$$\text{Nombre_de_la_función(argumentos)} = \text{expresión_conteniendo_argumentos}$$

Por ejemplo, definamos una función relativamente simple,

$$H(x) = \ln(x+1) + \exp(x)$$

Supóngase que uno tiene que evaluar esta función para un número de valores discretos y que, por lo tanto, se requiere simplemente presionar una tecla para esa evaluación. En el siguiente ejemplo, asumimos que la calculadora opera en modo ALG. Escríbase la siguiente secuencia de teclas:

\leftarrow DEF \leftarrow (ALPHA) H \leftarrow () \leftarrow (ALPHA) \leftarrow (X) \rightarrow \rightarrow =
 \rightarrow LN (ALPHA) \leftarrow (X) + / \rightarrow + \leftarrow e^x (ALPHA) \leftarrow (X) ENTER

La pantalla lucirá como se muestra a continuación:

```

: DEFINE('H(x)=LN(x+1)+e^x')
NOVAL
+SKIP|SKIP+|DEL|DEL+|DEL|INS
    
```

Presiónese la tecla \leftarrow VAR, nótese la existencia de una nueva variable en las teclas de menú \leftarrow (VAR). Para examinar el contenido de esta variable presiónese \rightarrow \leftarrow (VAR). La pantalla mostrará lo siguiente:

```

: DEFINE('H(x)=LN(x+1)+e^x')
NOVAL
* → x 'LN(x+1)+EXP(x)'
*
H | PPAR | EQN | z1 | R | MANS
    
```

La variable H, por lo tanto, incluye el siguiente programa:

```
<< → x 'LN(x+1) + EXP(x)' >>
```

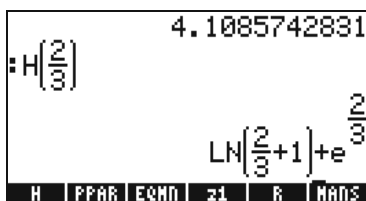
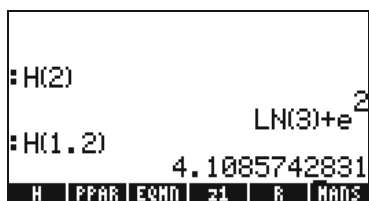
Esto es un programa simple en el lenguaje de programación de la calculadora. Este lenguaje de programación se denomina UserRPL (Véanse los Capítulos 20 y 21 en la guía del usuario de la calculadora).

El programa mostrado anteriormente es relativamente simple y consiste de dos partes, contenidas entre los símbolos << >>:

- Entrada: $\rightarrow x \rightarrow x$
- Procesamiento: $'\text{LN}(x+1) + \text{EXP}(x)'$

Estas dos partes se interpretan de esta manera: escríbase un valor que se asigna temporalmente al símbolo x (denominado una variable local), evalúese la expresión entre apóstrofes que contiene a la variable local, y muéstrese la expresión evaluada.

Para activar esta función en modo ALG, escríbase el nombre de la función seguida por los argumentos entre paréntesis, por ejemplo, $\text{LN}(\frac{2}{3})$ EXP . He aquí algunos ejemplos:



Para activar la función en modo RPN, escríbase primero el argumento, seguido de la tecla de menú con el nombre de la función, LN . Por ejemplo, ejecútese esta operación: 2LN . Los otros ejemplos mostrados anteriormente pueden escribirse en modo RPN utilizando: $1 \cdot 2 \text{LN}$, $2 \text{ENTER} 3 \div \text{LN}$.

Referencia

Información adicional sobre operaciones con números reales con la calculadora se presenta en el Capítulo 3 del guía del usuario.

Capítulo 4

Cálculos con números complejos

Este Capítulo muestra ejemplos de cálculos y aplicación de funciones a números complejos.

Definiciones

Un número complejo z es un número $z = x + iy$, donde x e y son números reales, e i es la unidad imaginaria definida por $i^2 = -1$. El número complejo $x + iy$ tiene una parte real, $x = \text{Re}(z)$, y una parte imaginaria, $y = \text{Im}(z)$. El número complejo $z = x + iy$ se utiliza a menudo para representar un punto $P(x,y)$ en el plano x - y , conociéndose el eje x como eje real, y el eje y como eje imaginario.

Se dice de un número complejo en la forma $x + iy$ que está en representación *rectangular*. Una representación alternativa es el par ordenado $z = (x,y)$. Un número complejo también puede representarse en coordenadas polares (representación *polar*) como $z = re^{i\theta} = r\cos\theta + i r\sin\theta$, en donde $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ es la magnitud del número complejo z , y $\theta = \text{Arg}(z) = \arctan(y/x)$ es el argumento del número complejo z .

La relación entre la forma cartesiana y la representación polar de los números complejos se da en la fórmula Euler: $ei^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$. La conjugación compleja de un número complejo ($z = x + iy = re^{i\theta}$) es $\bar{z} = x - iy = re^{-i\theta}$. La conjugación compleja de i puede considerarse como el reflejo de z sobre el eje real (x). Igualmente, el negativo de z , $-z = -x - iy = -re^{i\theta}$, puede considerarse como el reflejo de z sobre el origen.

Seleccionando el modo complejo (COMPLEX)

Para operaciones con números complejos selecciónese el modo complejo (COMPLEX) del CAS:



El modo COMPLEX estará activo en la forma interactiva denominada CAS MODES si se muestra un tick de aprobado (\checkmark) en la opción `_Complex`:














Presione , dos veces, para recobrar la pantalla normal de la calculadora.

Escritura de números complejos




Los números complejos en la calculadora pueden escribirse en una de dos representaciones Cartesianas: $x+iy$, o (x,y) . Los resultados complejos en la calculadora se muestran el formato de par ordenado, es decir, (x,y) . Por ejemplo, con la calculadora in modo ALG, el número complejo $(3.5,-1.2)$, se escribe con las siguientes teclas (accepte el cambio de modo a Complex):

Un número complejo puede escribirse también en la forma $x+iy$. Por ejemplo, en modo ALG, $3.5-1.2i$ se escribe con las siguientes teclas:

Nota: para entrar el número unitario imaginario solamente, teclee

  , y la tecla i .

En modo RPN, estos números pueden escribirse de esta manera:

(Nótese que la tecla de cambio de signo se escribe después número 1.2, en el orden contrario al del ejercicio anterior realizado en modo ALG).

Representación polar de un número complejo

La representación polar del número complejo $3.5-1.2i$, que se utilizó anteriormente, se obtiene al cambiar el sistema de coordenadas de Cartesianas (o rectangulares) a cilíndricas (o polares) usando la función CYLIN. Esta función se puede obtener a través del catálogo de funciones (\rightarrow CAT). Puede cambiarse a coordenadas polares (polar) usando (MODE). Cambiando las coordenadas a polares y las medidas angulares a radianes, produce el siguiente resultado en modo RPN:



4:
3:
2:
1: (3.7,∠.330297354829)
EDIT VIEW STACK RCL PURGE CLEAR

Este formato incluye una magnitud, 3.7, y un ángulo, 0.33029.... El símbolo de ángulo (\angle) se muestra delante de la medida angular.

Cámbiense las coordenadas de vuelta a Cartesianas o rectangulares utilizando la función RECT (disponible en el catálogo de funciones, \rightarrow CAT). Un número complejo en representación polar se escribe como $z = r \cdot e^{i\theta}$. Se puede escribir este número complejo utilizando un par ordenado de la forma $(r, \angle\theta)$. El símbolo de ángulo (\angle) puede escribirse utilizando las teclas (ALPHA) (\rightarrow) (6). Por ejemplo, el número complejo $z = 5.2e^{1.5i}$, puede escribirse como se muestra a continuación (las figuras muestran la pantalla RPN, es decir, el stack, antes y después de escribir el número):



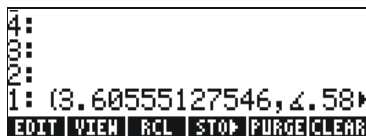
4:
3:
2:
1: (5.2,∠1.5) (3.5,1.2)
EDIT VIEW STACK RCL PURGE CLEAR



4:
3:
2:
1: (.367833448672,5.18) (3.5,1.2)
EDIT VIEW STACK RCL PURGE CLEAR

Dado que el sistema de coordenadas activo es el sistema rectangular (o Cartesiano), la calculadora automáticamente convierte el número a Coordenadas Cartesianas, es decir, $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, resultando, para este caso, en el valor (0.3678..., 5.18...).

Ahora bien, si el sistema de coordenadas activo es el de coordenadas cilíndricas (utilícese la función CYLIN para activarlo), al escribirse un número complejo (x,y) , en el cual x y y son números reales, se producirá una representación polar. Por ejemplo, en coordenadas cilíndricas, escríbase el número $(3.,2.)$. Las figuras siguientes muestran la pantalla RPN (stack), antes y después de escribir este número:



Operaciones elementales con números complejos

Los números complejos pueden combinarse usando las cuatro operaciones fundamentales (+, −, ×, ÷). Los resultados obtenidos siguen las reglas del álgebra con la particularidad de que $i^2 = -1$. Las operaciones con números complejos, por lo tanto, son similares a las operaciones con números reales. Por ejemplo, con la calculadora en modo ALG y la opción *Complex* activa en el CAS, ejecútense las siguientes operaciones:

$$(3+5i) + (6-3i) = (9,2);$$

$$(5-2i) - (3+4i) = (2,-6)$$

$$(3-i) \cdot (2-4i) = (2,-14);$$

$$(5-2i)/(3+4i) = (0.28,-1.04)$$

$$1/(3+4i) = (0.12, -0.16) ;$$

$$-(5-3i) = -5 + 3i$$

Los menús CMPLX

Existen dos menús CMPLX (Números complejos) en la calculadora. Uno de ellos se encuentra disponible a través del menú MTH (véase el Capítulo 3) y el otro se encuentra disponible directamente en el teclado (\rightarrow CMPLX). Los dos menús CMPLX se describen a continuación.

El menú CMPLX a través del menú MTH

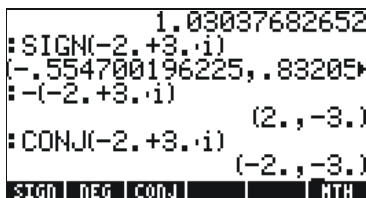
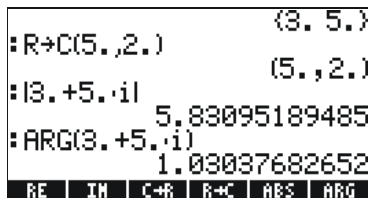
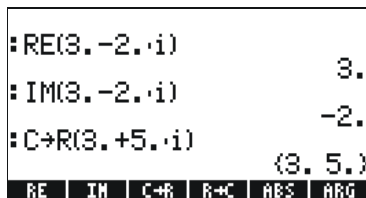
Asumiendo que la opción lista de menú (**CHOOSE boxes**) esta activa en la señal de sistema número 117 (véase el Capítulo 2), el sub-menú CMPLX dentro del menú MTH se activa utilizando las teclas: \leftarrow MTH \rightarrow 9 \rightarrow . Las funciones disponibles son las siguientes:



El primer menú (opciones 1 a 6) muestra las siguientes funciones:

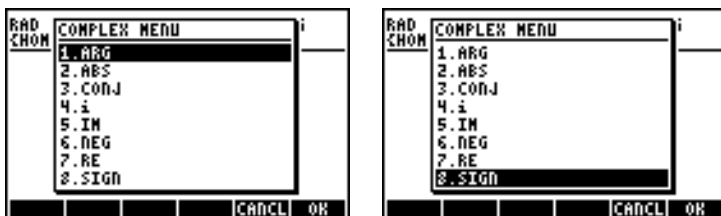
- RE(z) Parte real de a número complejo
- M(z) Parte imaginaria de a número complejo
- C→R(z) Separa las partes real e imaginaria de un número complejo
- R→C(x,y) Forma el número complejo (x,y) dados los números reales x y y
- ABS(z) Calcula la magnitud de un número complejo.
- ARG(z) Calcula el argumento de un número complejo.
- SIGN(z) Calcula un número complejo de magnitud unitaria, es decir, $z/|z|$.
- NEG(z) Cambia el signo de z
- CONJ(z) Produce el conjugado complejo de z

Ejemplos de aplicación de estas funciones se muestran a continuación en coordenadas Cartesianas. Recuérdese que, en el modo ALG, la función precede al argumento, mientras que en modo RPN, se debe escribir el argumento primero, y después activar la función. Recuérdese también que estas funciones están disponibles en las teclas de menú si la señal de sistema número 117 tiene activa la opción SOFT menus (véase el Capítulo 2).



El menú CMLPX en el teclado

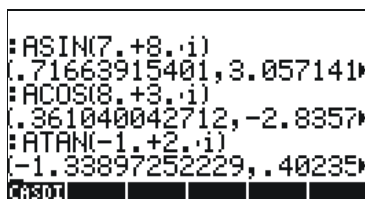
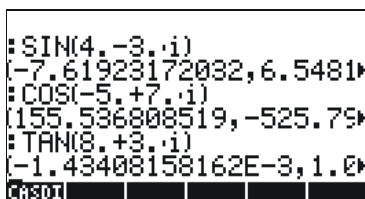
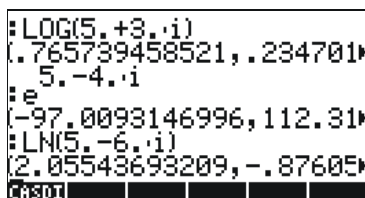
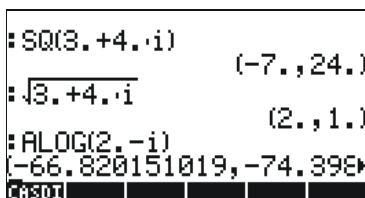
El segundo menú CMLPX es accesible al utilizar las teclas \leftarrow CMLPX . si la señal de sistema número 117 tiene activa la opción CHOOSE boxes, el menú CMLPX en el teclado muestra las siguientes opciones:



El menú mostrado incluye algunas de las funciones presentadas anteriormente, a saber, ARG, ABS, CONJ, IM, NEG, RE, y SIGN. Este menú incluye así mismo la función i que representa el mismo resultado que las teclas \leftarrow i .

Funciones aplicadas a números complejos

Muchas de las funciones del teclado y del menú MTH definidas en el Capítulo 3 para números reales (por ejemplo, SQ, LN, e^x , etc.), pueden aplicarse a números complejos. El resultado es otro número complejo como se ilustra en los siguientes ejemplos.



```

:SINH(4.-6.i)
(26.2029676178,7.63034)
:COSH(1.-i)
(.833730025131,-.98889)
:TANH(-1.+i)
(-1.08392332734,.27175)
SINH | ASINH | COSH | ACOSH | TANH | ATANH

```

```

:ASINH(7.-9.i)
(3.12644592412,-.90788)
:ACOSH(3.i)
(1.81844645923,1.57079)
:ATANH(1.-6.i)
(2.63401289145E-2,-1.4)
SINH | ASINH | COSH | ACOSH | TANH | ATANH

```

Nota: Cuando se utilizan las funciones trigonométricas y sus inversas con números complejos los argumentos de estas no representan ángulos como en el caso de los números reales. Por lo tanto, la medida angular activa no tiene ningún efecto en los resultados de las funciones antes mencionadas en el dominio de los números complejos.

Función DROITE: la ecuación de una línea recta

La función DROITE utiliza como argumentos dos números complejos, por ejemplo, x_1+iy_1 y x_2+iy_2 , y la ecuación de una línea recta, es decir, $y = a+bx$, que contiene los puntos (x_1,y_1) y (x_2,y_2) . Por ejemplo, la línea recta comprendida entre los puntos A(5,-3) y B(6,2) se puede obtener usando la función DROITE como se muestra a continuación (el ejemplo se ejecuta en el modo algebraico):

```

:DROITE(5-3i,6+2i)
Y=5*(X-5)+-3
CASCM | HELP |

```

La función DROITE se puede activar utilizando el catálogo de funciones (\rightarrow CAT). Si se activa el modo APPROX, el resultado sería $Y = 5 \cdot (X-5) - 3$.

Referencia

Información adicional sobre las operaciones con números complejos se presenta en el Capítulo 4 de la guía del usuario de la calculadora.

Capítulo 5

Operaciones algebraicas y aritméticas

Un objeto algebraico es cualquier número, nombre de variable, o expresión algebraica sobre el que se pueden efectuar operaciones, que puede manipularse, o combinarse de acuerdo a las reglas del álgebra. Algunos ejemplos de objetos algebraicos se presentan a continuación:

- Un número: 12.3, 15.2_m, 'π', 'e', 'i'
- Un nombre de variable: 'a', 'ux', 'width', etc.
- Una expresión: 'p*D^2/4', 'f*(L/D)*(V^2/(2*g))',
- Una ecuación: 'p*V = n*R*T', 'Q=(Cu/n)*A(y)*R(y)^(2/3)*√So'

Escritura de los objetos algebraicos

Los objetos algebraicos pueden crearse al escribir el objeto entre apóstrofes directamente en la pantalla, o utilizando el escritor de ecuaciones (EQW). Por ejemplo, para escribir el objeto algebraico 'π*D^2/4' directamente en la pantalla utilícese:

· ◀ π × (ALPHA) D y^x 2 ÷ 4 ENTER

Un objeto algebraico puede construirse en el escritor de ecuaciones (Equation Writer) y después enviado a la pantalla, o manipulado en el Escritor de ecuaciones mismo. La operación del Escritor de ecuaciones se describió en el Capítulo 2. Como ejercicio, constrúyase el siguiente objeto algebraico en el Escritor de ecuaciones:

Después de construir el objeto algebraico, presiónese **ENTER** para mostrarlo en la pantalla (las pantallas en modos ALG y RPN se muestran a continuación):

Operaciones elementales con objetos algebraicos

Los objetos algebraicos pueden sumarse, restarse, multiplicarse y dividirse (excepto por cero), elevarse a una potencia, usarse como argumentos de funciones (por ejemplo, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas, hiperbólicas, etc.), como se haría con cualquier número real o complejo. Para demostrar las operaciones básicas con objetos algebraicos, constrúyanse un par de objetos algebraicos, por ejemplo, ' $\pi \cdot R^2$ ' y ' $g \cdot t^2/4$ ', y almacénense en las variables A1 y A2 (véase el Capítulo 2 para aprender como crear variables y almacenar valores en ellas). He aquí el procedimiento para almacenar la variable A1 en modo ALG:

π \times ALPHA (R) y^x 2 STO ALPHA (A) / ENTER

El resultado es:



Las instrucciones correspondientes en modo RPN son:

π ALPHA (R) ENTER 2 y^x \times ALPHA (A) / STO

Después de almacenar la variable A2, la pantalla mostrará las variables como se muestra a continuación:



En modo ALG, las siguientes instrucciones muestran varias operaciones elementales con los objetos algebraicos contenidos en las variables $\boxed{A1}$ y $\boxed{A2}$ (presiónese \boxed{VAR} para recobrar el menú de variables):

$\boxed{A1} + \boxed{A2}$ ENTER $\boxed{A1} - \boxed{A2}$ ENTER

$$:A1+A2$$

$$\frac{4R^2 \cdot \pi + t^2 \cdot g}{4}$$

A2 | A1 | CASDI

$\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[\times \right]$ $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[\text{ENTER} \right]$

$$:A1-A2$$

$$\frac{4R^2 \cdot \pi + t^2 \cdot g}{4}$$

$$\frac{4R^2 \cdot \pi - t^2 \cdot g}{4}$$

A2 | A1 | CASDI

$\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[+ \right]$ $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[\text{ENTER} \right]$

$$:A1 \cdot A2$$

$$\frac{4R^2 \cdot \pi - t^2 \cdot g}{4}$$

$$\frac{t^2 \cdot g \cdot R^2 \cdot \pi}{4}$$

A2 | A1 | CASDI

$\left[\rightarrow \right]$ $\left[\text{LN} \right]$ $\left[\frac{\square}{\square} \right]$

$$: \frac{A1}{A2}$$

$$\frac{4R^2 \cdot \pi}{t^2 \cdot g}$$

A2 | A1 | CASDI

$\left[\leftarrow \right]$ $\left[e^x \right]$ $\left[\frac{\square}{\square} \right]$

$$: \text{LN}(A1)$$

$$\frac{4R^2 \cdot \pi}{t^2 \cdot g}$$

$$\text{LN}(R^2 \cdot \pi)$$

A2 | A1 | CASDI

$$: e^{A2}$$

$$\text{LN}(R^2 \cdot \pi)$$

$$\frac{t^2 \cdot g}{4}$$

$$e^{\frac{t^2 \cdot g}{4}}$$

A2 | A1 | CASDI

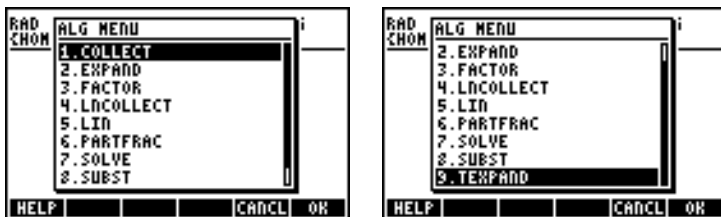
Los mismos resultados se obtienen en modo RPN si se utilizan las instrucciones siguientes:

$\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[+ \right]$ $\left[\text{EVAL} \right]$
 $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[\times \right]$ $\left[\text{EVAL} \right]$
 $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[\rightarrow \right]$ $\left[\text{LN} \right]$ $\left[\text{EVAL} \right]$

$\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[- \right]$ $\left[\text{EVAL} \right]$
 $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[\div \right]$ $\left[\text{EVAL} \right]$
 $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[\leftarrow \right]$ $\left[e^x \right]$ $\left[\text{EVAL} \right]$

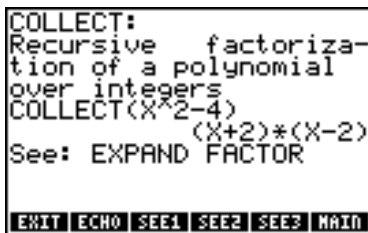
Funciones en el menú ALG

El menú ALG (Algebraico) se activa utilizando las teclas \rightarrow **ALG** (asociado con la tecla **4**). Habiendo escogido la opción *CHOOSE boxes* para la señal de sistema número 117, el menú ALG muestra las siguientes funciones:



Utilícese la función informativa (HELP) de la calculadora para ver la explicación de las diferentes funciones del menú ALG. Para activar la función informativa (HELP) utilícese las siguientes teclas: **TOOL** **NXT** \square **ENTER**. Para localizar una función particular en la función informativa, escríbase la primera letra del nombre de la función. Por ejemplo, para localizar la función COLLECT, utilícese las teclas **ALPHA** **C**, y después utilícese las teclas direccionales verticales \uparrow \downarrow para localizar la palabra COLLECT dentro de la lista de la función informativa.

Para completar la operación presiónese la tecla \square . He aquí la definición de la función COLLECT en la función informativa (HELP) de la calculadora:



Nótese que la última línea contiene el texto "See: EXPAND FACTOR" (traducción: Véase: EXPAND FACTOR). Esta línea sugiere enlaces a otras definiciones dentro de la función informativa (HELP): las funciones EXPAND y FACTOR. Para acceder esas funciones directamente, presiónese la tecla de menú \square o \square . Presiónese \square para la definición de la función EXPAND. Presiónese \square para la definición de la función FACTOR.

```

EXPAND:
Expands and simplifies
an algebraic expr.
EXPAND((X+2)*(X-2))
          X^2-4

See: COLLECT SIMPLIFY

EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN

```

```

FACTOR:
Factorizes an integer
or a polynomial
FACTOR(X^2-2)
          (X+√2)(X-√2)

See: EXPAND COLLECT

EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN

```

Para copiar a la pantalla los ejemplos mostrados en la definición presiónese la tecla de menú **EXIT**. Por ejemplo, presiónese la tecla **EXIT** en la definición de la función EXPAND, mostrada anteriormente, para obtener el ejemplo que se muestra a continuación (presiónese **ENTER** para ejecutar el ejemplo):

```

:HELP
:EXPAND((X+2)*(X-2))
          X^2-4

CASCH HELP

```

```

:HELP
:FACTOR(X^2-2)
          (X+√2)(X-√2)

CASCH HELP

```

Se invita al usuario a explorar las diferentes funciones en el menú ALG utilizando la función informativa (HELP). Las siguientes listas muestra todas las funciones en ese menú:

```

RAD CHOM
ALG MENU
1. COLLECT
2. EXPAND
3. FACTOR
4. LDCOLLECT
5. LIA
6. PARTFRAC
7. SOLVE
8. SUBST

HELP CANCL OK

```

```

RAD CHOM
ALG MENU
2. EXPAND
3. FACTOR
4. LDCOLLECT
5. LIA
6. PARTFRAC
7. SOLVE
8. SUBST
9. TEXPAND

HELP CANCL OK

```

Por ejemplo, la función informativa (HELP) provee la siguiente definición y ejemplo para la función SUBST:

```

SUBST:
Substitutes a value
for a variable in an
expression.
SUBST(A^2+1,A=2)      2^2+1
See:

```

LIST SEE1 SEE2 SEE3 CANCEL OK

Nota: Recuérdese que para utilizar estas, y otras, funciones en el modo RPN, debe escribirse primero el argumento de la función y después activarse la misma. Por ejemplo, para el caso de la función TEXPAND, mostrado anteriormente, utilícese:

$\left(\leftarrow\right) e^x \left(+\right) \left(\text{ALPHA}\right) X \left(+\right) \left(\text{ALPHA}\right) Y \left(\text{ENTER}\right)$

A continuación, actívese la función TEXPAND en el menú ALG (o, directamente, en el catálogo de funciones $\left(\rightarrow\right) \text{CAT}$), para completar la operación.

Operaciones con funciones trascendentes

La calculadora provee ciertas funciones que se utilizan para reemplazar expresiones que contienen funciones logarítmicas y exponenciales $\left(\leftarrow\right) \text{EXP\&LN}$), así como funciones trigonométricas $\left(\rightarrow\right) \text{TRIG}$).

Expansión y factorización utilizando las funciones log-exp

El menú $\left(\leftarrow\right) \text{EXP\&LN}$ contiene las siguientes funciones:



Las definiciones de estas funciones, así como los ejemplos correspondientes, se encuentran disponibles en la función informativa (HELP) de la calculadora $\left(\text{TOOL}\right) \left(\text{NXT}\right) \left(\text{HELP}\right) \left(\text{ENTER}\right)$. Por ejemplo, la descripción de la función EXPLN se muestra en la figura siguiente a la izquierda, mientras que el ejemplo correspondiente se muestra en la figura siguiente a la derecha:

```

EXPLN:
Rewrites transcendent.
functions in terms of
EXP and LN
EXPLN(COS(X))
(EXP(i*X)+1/EXP(i*X))...
See: SIN COS EXP2HYP
EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN

```

```

: HELP
: EXPLN(COS(X))

$$\frac{e^{iX} + \frac{1}{e^{iX}}}{2}$$

CASCH HELP

```

Expansión y factorización utilizando funciones trigonométricas

El menú TRIG, que se obtiene utilizando $\left(\rightarrow\right)$ TRIG, muestra las siguientes funciones:

```

RAD CHOM TRIG MENU
1. HYPERBOLIC..
2. ACOS2S
3. ASIN2C
4. ASIN2T
5. ATAN2S
6. HALFTAN
7. SIN COS
8. TAN2SC
CANCEL OK

```

```

RAD CHOM TRIG MENU
5. ATAN2S
6. HALFTAN
7. SIN COS
8. TAN2SC
9. TAN2SC2
10. TCOLLECT
11. TEXPAND
12. TLIN
HELP CANCEL OK

```

```

RAD CHOM TRIG MENU
10. TCOLLECT
11. TEXPAND
12. TLIN
13. TRIG
14. TRIGCOS
15. TRIGSIN
16. TRIGTAN
17. TSIMP
HELP CANCEL OK

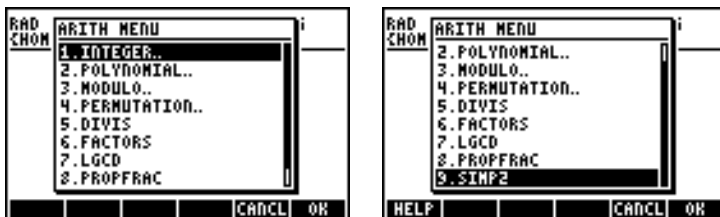
```

Estas funciones permiten la simplificación de expresiones al reemplazar ciertas categorías de funciones trigonométricas por otras categorías. Por ejemplo, la función ACOS2S permite reemplazar la función *arco coseno* (acos(x)) por una expresión que involucra la función *arco seno* (asin(x)).

Las definiciones de estas funciones, así como los ejemplos correspondientes, se encuentran disponibles en la función informativa (HELP) de la calculadora ($\left(\text{TOOL}\right)$ $\left(\text{NXT}\right)$ $\left(\text{HELP}\right)$ $\left(\text{ENTER}\right)$). Se invita al usuario a investigar esa información por su propia cuenta.

Funciones en el menú ARITHMETIC

El menú ARITHMETIC se activa utilizando \leftarrow ARITH (asociada con la tecla $\left[\right]$). Con la opción CHOOSE boxes seleccionada para la señal de sistema número 117, la combinación \leftarrow ARITH muestra el siguiente menú:



De esta lista, las opciones 5 a 9 (DIVIS, FACTORS, LGCD, PROPFrac, SIMP2) corresponden a funciones que aplican a números enteros o a polinomios. Las opciones restantes (1. INTEGER, 2. POLYNOMIAL, 3. MODULO, y 4. PERMUTATION) son en realidad sub-menús de funciones que aplican a objetos matemáticos específicos. Con la opción SOFT menus seleccionada para la señal de sistema número 117, la combinación \leftarrow ARITH muestra el siguiente menú:



A continuación se muestran las definiciones de las funciones FACTORS y SIMP2 en el ARITHMETIC menu (\leftarrow TOOL \leftarrow NXT $\left[\left[\right] \right]$):

FACTORS:

```
FACTORS:
Returns irreducible
factors of an integer
or a polynomial
FACTORS(X^2-1)
      { X+1 1. X-1 1. }
See: FACTOR
EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN
```

SIMP2:

```
SIMP2:
Simplifies 2 objects
by dividing them by
their GCD
SIMP2(X^3-1,X^2-1)
      (X^2+X+1,X+1)
See:
EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN
```

Para ver las funciones disponibles en los sub-menús del menú ARITHMETIC: INTEGER, POLYNOMIAL, MODULO, y PERMUTATION, selecciónese el sub-menú apropiado. Definiciones y ejemplos se obtienen en la función informativa (HELP) de la calculadora.

Información adicional sobre las aplicaciones de las funciones del menú ARITHMETIC se presenta en el Capítulo 5 en la guía del usuario de la calculadora.

Polinomios

Los polinomios son expresiones algebraicas consistente de uno o más términos que contienen potencias decrecientes de una variable o función. Por ejemplo, X^3+2X^2-3X+2 es un polinomio del tercer orden (cúbico) de la variable X , mientras que $SIN(X)^2-2$ es un polinomio de segundo orden (cuadrático) de la función $SIN(X)$. Las funciones COLLECT y EXPAND, mostradas anteriormente, pueden utilizarse con polinomios. Otras aplicaciones de polinomios en la calculadora se muestran a continuación.

La función HORNER

La función HORNER (\leftarrow ARITH, POLYNOMIAL, HORNER) produce la división sintética de un polinomio $P(X)$ por el factor $(X-a)$, es decir, $HORNER(P(X),a) = \{Q(X), a, P(a)\}$, en la cual $P(X) = Q(X)(X-a)+P(a)$. Por ejemplo, $HORNER('X^3+2*X^2-3*X+1',2) = \{X^2+4*X+5 \quad 2 \quad 11\}$, es decir, $X^3+2X^2-3X+1 = (X^2+4X+5)(X-2)+11$. Así mismo,

$$HORNER('X^3+2*X^2-3*X+1',2) = \{X^2+4*X+5 \quad 2 \quad 11\}$$

es decir, $X^3+2X^2-3X+1 = (X^2+4X+5)(X-2)+11$. Also,

$$HORNER('X^6-1',-5)=$$

$$\{X^5-5*X^4+25*X^3-125*X^2+625*X-3125 \quad -5 \quad 15624\}$$

es decir, $X^6-1 = (X^5-5X^4+25X^3-125X^2+625X-3125)(X+5)+15624$.

La variable VX

La mayoría de los ejemplos con polinomios fueron escritos usando la variable X . Esto es porque, en el directorio $\{HOME \text{ CASDIR}\}$ de la calculadora, existe una variable denominada VX cuyo valor preseleccionado es X . Este es el nombre de la variable independiente preferida para aplicaciones en el álgebra y en el cálculo. Evítense utilizar la variable VX en programas y ecuaciones, de manera que no se confunda con la variable VX del CAS (Computer Algebraic System, o Sistema Algebraico Computacional). Para obtener información adicional sobre las variables del CAS véase el Apéndice C en la guía del usuario de la calculadora.

La función PCOEF

Dado un vector que contiene las raíces de un polinomio, la función PCOEF genera un vector que contiene los coeficientes del polinomio correspondiente. Los coeficientes corresponden al orden decreciente de las potencias de la variable independiente. Por ejemplo:

$$\text{PCOEF}([-2, -1, 0, 1, 1, 2]) = [1. -1. -5. 4. -4. 0.],$$

Este resultado representa el polinomio $X^6 - X^5 - 5X^4 + 4X^3 + 4X^2 - 4X$.

La función PROOT

Dado un vector que contiene los coeficientes de un polinomio en orden decreciente de las potencias, la función PROOT provee las raíces del polinomio. Por ejemplo, para el polinomio $X^2 + 5X + 6 = 0$, $\text{PROOT}([1, -5, 6]) = [2. 3.]$.

Las funciones QUOT y REMAINDER

Las funciones QUOT (cociente) y REMAINDER (residuo) proveen, respectivamente, el cociente $Q(X)$ y el residuo $R(X)$, que resulta de la división de dos polinomios, $P_1(X)$ y $P_2(X)$. Es decir, estas funciones proveen los valores de $Q(X)$ y $R(X)$ en la expresión $P_1(X)/P_2(X) = Q(X) + R(X)/P_2(X)$. Por ejemplo,

$$\text{QUOT}('X^3-2*X+2', 'X-1') = 'X^2+X-1'$$

$$\text{REMAINDER}('X^3-2*X+2', 'X-1') = 1.$$

Para este caso, por lo tanto: $(X^3 - 2X + 2)/(X - 1) = X^2 + X - 1 + 1/(X - 1)$.

Nota: Este último resultado se puede obtener usando la función PARTFRAC:

$$\text{PARTFRAC}('X^3-2*X+2)/(X-1') = 'X^2+X-1 + 1/(X-1)'$$

La función PEVAL

La función PEVAL (Polynomial EVALuation) se utiliza para evaluar un polinomio

$$p(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0,$$

dado un vector de coeficientes $[a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0]$ y un valor x_0 . El resultado es la evaluación $p(x_0)$. La función PEVAL no está disponible en el menú ARITHMETIC, sino en el menú CALC/DERIV&INTEG. Ejemplo: $PEVAL([1,5,6,1],5) = 281$.

Aplicaciones adicionales de las funciones relacionadas con polinomios se presentan en el Capítulo 5 en la guía del usuario de la calculadora.

Fracciones

Las fracciones pueden expandirse y factorizarse utilizando las funciones EXPAND y FACTOR, localizadas en el menú ALG (\square \rightarrow \underline{ALG}). Por ejemplo:

$$EXPAND('(1+X)^3/((X-1)*(X+3))) = '(X^3+3*X^2+3*X+1)/(X^2+2*X-3)'$$

$$EXPAND('(X^2)*(X+Y)/(2*X-X^2)^2) = '(X+Y)/(X^2-4*X+4)'$$

$$FACTOR('(3*X^3-2*X^2)/(X^2-5*X+6)') = 'X^2*(3*X-2)/((X-2)*(X-3))'$$

$$FACTOR('(X^3-9*X)/(X^2-5*X+6)') = 'X*(X+3)/(X-2)'$$

La función SIMP2

La función SIMP2, en el menú ARITHMETIC, utiliza como argumentos dos números o dos polinomios, los cuales representan el numerador y el denominador de una fracción racional, y produce, como resultados, el numerador y denominador simplificados. Por ejemplo:

$$SIMP2('X^3-1','X^2-4*X+3') = \{ 'X^2+X+1','X-3' \}$$

La función PROPFRAC

El función PROPFRAC convierte una función racional en una función "propia", es decir, una parte entera sumada a una parte fraccional, si tal descomposición es posible. Por ejemplo:

$$PROPFRAC('5/4') = '1+1/4'$$

$$PROPFRAC('(x^2+1)/x^2') = '1+1/x^2'$$

La función PARTFRAC

La función PARTFRAC descompone una fracción racional en fracciones parciales que, al sumarse, producen la fracción original. Por ejemplo:

$$\text{PARTFRAC}(' (2*X^6-14*X^5+29*X^4-37*X^3+41*X^2-16*X+5)/(X^5-7*X^4+11*X^3-7*X^2+10*X) ') =$$

$$' 2*X+(1/2/(X-2)+5/(X-5)+1/2/X+X/(X^2+1)) '$$

La función FCOEF

La función FCOEF, disponible en el menú ARITHMETIC/POLYNOMIAL, se utiliza para obtener una fracción racional dados las raíces y los polos de la misma.

Nota: Si la expresión $F(X) = N(X)/D(X)$ representa una función racional, las raíces de la fracción se encuentran al resolver la ecuación $N(X) = 0$, mientras que los polos de la fracción se encuentran al resolver la ecuación $D(X) = 0$.

El argumento de esta función es un vector que incluye las raíces de la fracción seguidas de su multiplicidad (es decir, cuantas veces la raíz se repite), y los polos de la fracción, también seguidos de su multiplicidad, esta última representada como un número negativo. Por ejemplo, si queremos formar la fracción que tiene las raíces 2 con multiplicidad 1, 0 con multiplicidad 3, y -5 con multiplicidad 2, y los polos 1 con multiplicidad 2 y -3 con multiplicidad 5, utilícese:

$$\text{FCOEF}([2,1,0,3,-5,2,1,-2,-3,-5])='(X-5)^2*X^3*(X-2)/(X+3)^5*(X-1)^2'$$

Si se presiona EVAL \leftarrow ANS ENTER (or, simplemente EVAL), in RPN mode) se obtiene:

$$'(X^6+8*X^5+5*X^4-50*X^3)/(X^7+13*X^6+61*X^5+105*X^4-45*X^3-297*X^2-81*X+243)'$$

La función FROOTS

La función FROOTS, en el menú ARITHMETIC/POLYNOMIAL, se utiliza para obtener las raíces y los polos de una fracción. Por ejemplo, al aplicar la función FROOTS a la fracción racional obtenida en el ejemplo anterior, se obtiene el resultado: [1 -2. -3 -5. 0 3. 2 1. -5 2.]. Este vector muestra primero los polos seguidos de su multiplicidad (representada por un número negativo), y, a continuación, las raíces seguidas por su multiplicidad (representada por un número positivo). En

este caso, los polos son (1, -3) con multiplicidades (2,5), respectivamente, y las raíces son (0, 2, -5) con multiplicidades (3, 1, 2), respectivamente.

Considérese también este segundo ejemplo:

$$\text{ROOTS}'((X^2-5X+6)/(X^5-X^2)) = [0 -2. 1 -1. 3 1. 2 1.].$$

En este caso, los polos son 0 (2), 1(1), y las raíces son 3(1), 2(1). Si se hubiese seleccionado la opción Complex para el CAS, el resultado de este ejemplo hubiese sido:

$$[0 -2. 1 -1. -((1+i*\sqrt{3})/2) -1. -((1-i*\sqrt{3})/2) -1. 3 1. 2 1.].$$

Operaciones con polinomios y fracciones, paso a paso

Cuando se selecciona la opción Step/step en el CAS, la calculadora mostrará las simplificaciones de fracciones o la operaciones con polinomios detalladas paso a paso. Esta selección es útil, por ejemplo, para ver los diferentes pasos de una división sintética. La división

$$\frac{X^3 - 5X^2 + 3X - 2}{X - 2}$$

se muestra en detalle en el Apéndice C la guía del usuario de la calculadora. El siguiente ejemplo muestra otra división sintética, paso a paso. Presiónese ` para ejecutar los pasos consecutivos. La función DIV2 se encuentra disponible en el menú ARITHMETIC/POLYNOMIAL.

$$\frac{X^9 - 1}{X^2 - 1}$$

```

DIV2(X^9-1,X^2-1)
ABCDEF|GHIJK|LMNOP|QRS|TUV|WXYZ|

```

```

Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,
B: (1,0,-1)
Q: (1)
R: (0,1,0,0,0,0,0,0,-1
Press a key to go on
ABCDEF|GHIJK|LMNOP|QRS|TUV|WXYZ|

```

```

Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B: (1,0,-1)
Q: (1,0)
R: (1,0,0,0,0,0,0,-1)
Press a key to go on
ABCDEF|CHINA|CYCLO|DIV2|EGCD|FACT0

```

```

Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B: (1,0,-1)
Q: (1,0,1)
R: (0,1,0,0,0,0,-1)
Press a key to go on
ABCDEF|CHINA|CYCLO|DIV2|EGCD|FACT0

```

```

Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B: (1,0,-1)
Q: (1,0,1,0,1,0)
R: (1,0,0,-1)
Press a key to go on
ABCDEF|CHINA|CYCLO|DIV2|EGCD|FACT0

```

```

Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B: (1,0,-1)
Q: (1,0,1,0,1,0,1)
R: (0,1,-1)
Press a key to go on
ABCDEF|CHINA|CYCLO|DIV2|EGCD|FACT0

```

```

Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B: (1,0,-1)
Q: (1,0,1,0,1,0,1)
R: (0,1,-1)
Press a key to go on
ABCDEF|CHINA|CYCLO|DIV2|EGCD|FACT0

```

```

Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B: (1,0,-1)
Q: (1,0,1,0,1,0)
R: (1,0,0,-1)
Press a key to go on
ABCDEF|CHINA|CYCLO|DIV2|EGCD|FACT0

```

```

Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B: (1,0,-1)
Q: (1,0,1,0,1,0,1,0)
R: (1,-1)
Press a key to go on
ABCDEF|CHINA|CYCLO|DIV2|EGCD|FACT0

```

```

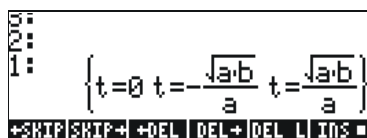
=DIV2(X^9-1,X^2-1)
(Q:(X^7+X^5+X^3+X) R:(X-1))
ABCDEF|CHINA|CYCLO|DIV2|EGCD|FACT0

```

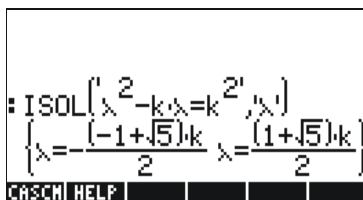
Referencia

Información adicional, definiciones, y ejemplos de operaciones algebraicas y aritméticas se presentan en el Capítulo 5 de la guía del usuario de la calculadora.

Cuando la calculadora usa el modo RPN, la solución se obtiene escribiendo primero la ecuación en la pantalla (stack), seguida por la variable, antes de activarse la función ISOL. La figura de la izquierda muestra la pantalla RPN antes de aplicar la función ISOL, mientras que la figura de la derecha muestra la pantalla después de aplicar la función ISOL.

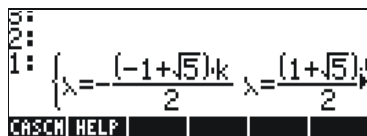
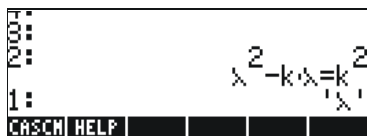


El primer argumento en la función ISOL puede ser una expresión (sin el signo igual), como en el ejemplo anterior, o una ecuación. Por ejemplo, en modo ALG, ejecútese el siguiente ejemplo:



Nota: Para escribir el signo igual (=) en una ecuación, utilícese las teclas \rightarrow $\underline{=}$ (asociada con la tecla \pm).

El mismo problema puede resolverse en modo RPN como se ilustra a continuación (las figuras siguientes muestran la pantalla RPN antes y después de aplicar la función ISOL):



La función SOLVE

La función SOLVE tiene la misma sintaxis que la función ISOL, excepto que SOLVE puede utilizarse para resolver un sistema de ecuaciones polinómicas. La función informativa de la calculadora (función HELP, que se activa utilizando **TOOL** **NXT** **HELP**) muestra la siguiente referencia para la función SOLVE, incluyendo la solución de la ecuación $X^4 - 1 = 3$:

```
SOLVE:
Solves a (or a set of)
polynomial equation
SOLVE(X^4-1=3,X)
(X=√2 X=-√2)

See: LINSOLVE SOLVEVX
EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN
```

Los siguientes ejemplos muestran el uso de la función SOLVE en modo ALG (use modo Complex en el CAS):

```
: SOLVE(β^4-5β=125,β)
{ }
: SOLVE(β^4-5β=6,β)
β=-1 β=2 β=-1+i√11 β=-1-i√11
```

La figura anterior muestra dos soluciones. En la primera, $SOLVE(\beta^4 - 5\beta = 125)$, no produce soluciones $\{ \}$. En la segunda solución, $SOLVE(\beta^4 - 5\beta = 6)$, produce cuatro soluciones, que se muestran en la línea inferior de la pantalla. La última solución en la línea no es visible porque el resultado ocupa más caracteres que el ancho de la pantalla. Sin embargo, uno puede ver todas las soluciones al activar el editor de línea utilizando la tecla direccional vertical ∇ (Esta operación puede utilizarse para acceder a cualquier línea de la pantalla que sea más ancha que la pantalla misma):

```
: SOLVE(β^4-5β=6,β)
β=-1 β=2 β=-1+i√11 β=-1-i√11
(β=-1,β=2,β=-((1+i*√11)/2),β=-((1-i*√11)/2))
```

Las pantallas RPN correspondientes a los dos ejemplos anteriores, antes y después de aplicar la función SOLVE, se muestran a continuación:

```

00:
01:
02:
1:  $\beta^4 - 5 \cdot \beta = 125$ 
+SKIP|SKIP+|+DEL|DEL+|DEL|L|INS

```

```

04:
00:
01:
02:
1: ( )
+SKIP|SKIP+|+DEL|DEL+|DEL|L|INS

```

```

01:
02:
1:  $\beta^4 - 5 \cdot \beta = 6$ 
+SKIP|SKIP+|+DEL|DEL+|DEL|L|INS

```

```

01:
02:
1:  $\left\{ \beta = -1 \quad \beta = 2 \quad \beta = -\frac{1+i\sqrt{11}}{2} \right\}$ 
+SKIP|SKIP+|+DEL|DEL+|DEL|L|INS

```

La función SOLVEVX

La función SOLVEVX se utiliza para resolver una ecuación cuando la incógnita es la variable CAS contenida en el registro VX. El valor predefinido de VX es el símbolo 'X'. Algunos ejemplos, en el modo ALG y con la variable VX = 'X', se muestran a continuación:

```

: SOLVEVX(X5-a·X=b)
: SOLVEVX(X5-6·X=20)
X=2
+SKIP|SKIP+|+DEL|DEL+|DEL|L|INS

```

En el primer caso, SOLVEVX no pudo encontrar una solución. En el segundo caso, SOLVEVX encontró una solución única, X = 2.

Las siguientes figuras muestran la pantalla RPN en la solución de los ejemplos anteriores (antes y después de aplicar la función SOLVEVX):

```

04:
00:
01:
1:  $X^5 - a \cdot X = b$ 
CASCH|HELP|

```

```

04:
00:
01:
02:
1: ( )
CASCH|HELP|

```

```

01:
02:
1:  $X^5 - 6 \cdot X = 20$ 
CASCH|HELP|

```

```

04:
00:
01:
02:
1: X=2
CASCH|HELP|

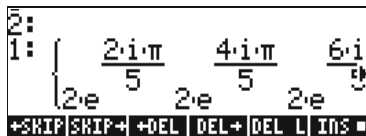
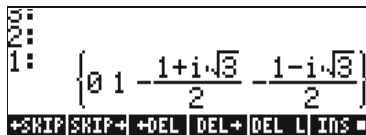
```

La función ZEROS

La función ZEROS se utiliza para encontrar las raíces (o ceros) de una ecuación polinómica, sin mostrar la multiplicidad de las mismas. La función ZEROS requiere como argumentos una ecuación o expresión y la variable a despejarse. Ejemplos en modo ALG se muestran a continuación:




Para utilizar la función ZEROS en modo RPN, escríbase primero la expresión o ecuación polinómica, seguida de la variable a ser despejada. Después de esto, se deberá activar la función ZEROS. Las siguientes figuras muestran la pantalla RPN en la solución de los ejemplos anteriores (antes y después de aplicar la función ZEROS, con modo Complex seleccionado para el CAS):



Las funciones de soluciones simbólicas (Symbolic Solver) presentadas anteriormente producen soluciones para ecuaciones racionales (principalmente, ecuaciones polinómicas). Si la ecuación a resolverse tiene solamente coeficientes numéricos, es posible obtener una solución numérica utilizando las funciones de soluciones numéricas (Numerical Solver) en la calculadora.

Menú de soluciones numéricas

La calculadora provee un ambiente para la solución numérica de ecuaciones algebraicas o trascendentes. Para activar este ambiente, actívese primero el menú de soluciones numéricas (NUM.SLV) utilizando  NUM.SLV . Esta acción produce una lista de opciones incluyendo:



A continuación se presentan aplicaciones de las opciones 3. *Solve poly...*, 5. *Solve finance*, y 1. *Solve equation...*, en ese orden. El Apéndice A, en la guía del usuario, contiene instrucciones para el uso de las formas interactivas con ejemplos basados en las soluciones numéricas de las ecuaciones. Item 6. MSLV (Multiple equation SOLver) will be presented in página 6-11.

Notas:

1. Cuando se resuelve una ecuación utilizando las soluciones numéricas en el menú NUM.SLV, la solución se mostrará en la pantalla después de terminarse la operación. Esta acción es útil si se requiere utilizar la solución numérica más reciente en otras operaciones de la calculadora.
2. Las aplicaciones de soluciones numéricas (NUM.SLV) usualmente crean una o más variables en la calculadora.

Ecuaciones polinómicas

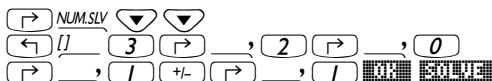
Cuando se utiliza la opción *Solve poly...* en el ambiente SOLVE de la calculadora uno puede:

- (1) Encontrar la(s) solución(es) de una ecuación polinómica;
- (2) Obtener los coeficientes de un polinomio, dadas las raíces; y
- (3) Obtener una expresión algebraica para un polinomio como función de la variable CAS, usualmente 'X'.

Solución(es) de una ecuación polinómica

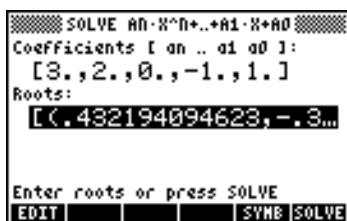
Una ecuación polinómica es una ecuación de la forma: $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$. Por ejemplo, resuélvase la ecuación: $3s^4 + 2s^3 - s + 1 = 0$.

Los coeficientes de la ecuación deberán escribirse como el siguiente vector: [3,2,0,-1,1]. Para resolver esta ecuación polinómica, utilícese lo siguiente:



Seleccionar *Solve poly...*
Vector de coeficientes
Resolver la ecuación

La pantalla mostrará la solución de la forma siguiente:



Presiónese **ENTER** para recobrar la pantalla normal. La pantalla mostrará los siguientes resultados en modo ALG o en modo RPN:



Todas las soluciones o raíces son números complejos para este caso: (0.432,-0.389), (0.432,0.389), (-0.766, 0.632), (-0.766, -0.632).

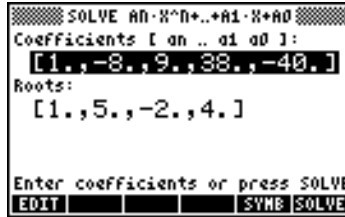
Generación de coeficientes de un polinomio dadas las raíces

Supóngase que se desean generar los coeficientes de un polinomio cuyas raíces son los números [1, 5, -2, 4]. Para utilizar la calculadora con este propósito, siganse las siguientes instrucciones:



Seleccionar *Solve poly...*
Vector de raíces
Calcular coeficientes

Presiónese **ENTER** para recuperar la pantalla normal. Los coeficientes se mostrarán también en esa pantalla.



Presiónese la tecla ∇ para activar el editor de línea y poder ver el vector de coeficientes en su totalidad.

Generación de una expresión algebraica para el polinomio

Uno puede utilizar la calculadora para generara una expresión algebraica de un polinomio dados los coeficientes o las raíces del polinomio. La expresión que resulta está dada en términos de la variable CAS, usualmente 'X'.

El siguiente ejemplo muestra como obtener la expresión algebraica de un polinomio dados los coeficientes. Asíumase que los coeficientes del polinomio son [1,5,-2,4]. Utilídense las siguientes instrucciones:

\rightarrow NUM.SLV	∇	∇	Seleccionar <i>Solve poly...</i>
\leftarrow //		\rightarrow ,	Vector de coeficientes
\rightarrow ,	2	+/-	Generar expresión
\rightarrow ,	4	\square	simbólica
\rightarrow ,	4	\triangle	Recobrar pantalla normal
\square			
\square			
ENTER			

La expresión generada se muestra en la pantalla como: 'X^3+5*X^2+2*X+4'.

El siguiente ejemplo muestra como obtener la expresión algebraica de un polinomio dadas las raíces del mismo. Asíumase que las raíces del polinomio son [1,3,-2,1]. Utilídense las siguientes instrucciones:

\rightarrow NUM.SLV	∇	∇	\square	Seleccionar <i>Solve poly...</i>
∇	\leftarrow //		\rightarrow ,	Vector de raíces
\rightarrow ,	2	+/-	\rightarrow ,	Generar expresión simbólica
\rightarrow ,	1	\square	∇	Recobrar pantalla normal
\square				
ENTER				

La expresión generada se muestra en la pantalla como:

$$'(X-1)*(X-3)*(X+2)*(X-1)'$$

Para ejecutar las multiplicaciones en esta expresión, utilícese la función EXPAND. La expresión que resulta es: 'X^4+-3*X^3+-3*X^2+11*X-6'.

Cálculos financieros

Los cálculos en la opción 5. *Solve finance.* en el menú de soluciones numéricas (Numerical Solver, *NUM.SLV*) se utilizan para determinar el valor del dinero con el tiempo. Este tipo de cálculos es de interés en la disciplina de la ingeniería económica y otras aplicaciones financieras. Los cálculos financieros se activan a través de las teclas \leftarrow *FINANCE* (asociada con la tecla $\text{\textcircled{9}}$). Los detalles de estos cálculos se muestran en el Capítulo 6 del guía del usuario.

Solución de ecuaciones con una sola incógnita con el NUM.SLV

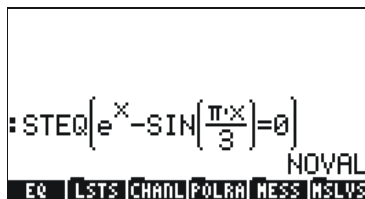
El menú *NUM.SLV* provee la opción 1. *Solve equation.* para resolver ecuaciones de una sola incógnita, incluyéndose ecuaciones algebraicas no-lineales, y ecuaciones trascendentes. Por ejemplo, resuélvase la ecuación: $ex \cdot \sin(\pi x/3) = 0$.

Simplemente escríbase la expresión como un objeto algebraico y almacénese la misma en la variable EQ. Los pasos a seguir en modo *ALG* son los siguientes:

$\text{\textcircled{1}}$ \leftarrow e^x *ALPHA* \leftarrow $\text{\textcircled{X}}$ \rightarrow $-$ *SIN* \leftarrow π
 \times *ALPHA* \leftarrow $\text{\textcircled{X}}$ \div $\text{\textcircled{3}}$ \rightarrow \rightarrow $=$ $\text{\textcircled{0}}$ \rightarrow
STO *ALPHA* *E* *ALPHA* $\text{\textcircled{Q}}$ *ENTER*

La función STEQ

La función *STEQ* se utiliza para almacenar el argumento en la variable *EQ*, por ejemplo, en modo *ALG*:



The screenshot shows the calculator's display with the equation $\text{STEQ}(e^X - \text{SIN}(\frac{\pi \cdot X}{3}) = 0)$ stored in the variable EQ. Below the equation, the text "NOVAL" is visible. At the bottom of the screen, the variable menu is shown with "EQ" selected, along with other variables: "LSTS", "CHANL", "POLAR", "MESS", and "MSLV8".

En modo *RPN*, escríbase primero la ecuación entre apóstrofes y actívese la función *STEQ*. La función *STEQ* puede utilizarse, por lo tanto, como una forma simple de almacenar expresiones en la variable *EQ*.

Presiónese $\text{\textcircled{VAR}}$ para ver la variable *EQ* que se acaba de crear:

The calculator screen displays the equation $e^x - \sin\left(\frac{\pi x}{3}\right) = 0$ stored in the variable EQ. The bottom of the screen shows the EQ (CAS/DI) mode indicator.

A continuación, actívese el ambiente SOLVE y selecciónese la opción *Solve equation...*, utilizando: \rightarrow NUM.SLV $\left[\frac{\square}{\square} \right]$. La pantalla mostrará lo siguiente:

The screen displays the "SOLVE EQUATION" mode. The equation $\text{Eq: EXP(X)-SIN(\pi*X/3)=0$ is shown. Below it, the variable $X:$ is indicated. At the bottom, the prompt "Enter Function to solve" is visible, along with menu options: EDIT CHOOSE VARS EMF=.

La ecuación almacenada en la variable EQ se muestra en la opción *Eq* de la forma interactiva denominada SOLVE EQUATION. Así mismo, se provee una opción denominada *x*, que representa la incógnita a resolverse. Para encontrar una solución a la ecuación es necesario seleccionar la región de la forma interactiva correspondiente a la *x*: utilizando la tecla ∇ , y presionar la tecla $\left[\frac{\square}{\square} \right]$. La solución proveída es $X: 4.5006E-2$:

The screen shows the solution for the equation. The variable $X:$ now displays the value $4.50061385902E-2$. The prompt at the bottom has changed to "Enter value or press SOLVE", and the menu options are: EDIT VARS INFO SOLVE.

Esta, sin embargo, no es la única solución posible para esta ecuación. Para obtener, por ejemplo, una solución negativa, escribese un número negativo en la opción *x*: antes de resolver la ecuación. Por ejemplo, $\left[3 \right] \left[+/- \right] \left[\frac{\square}{\square} \right] \nabla \left[\frac{\square}{\square} \right]$. La nueva solución es $x: -3.045$.

Solución de ecuaciones simultáneas con MSLV

La función MSLV está disponible en el menú \rightarrow NUM.SLV. La función informativa de la calculadora (TOOL NXT HELP) muestra la siguiente referencia para la función MSLV:

```
MSLV:
Non-polynomial multi-
variate solver
MSLV('[SIN(X)+Y,X+SIN(
Y)=1]', '[X,Y]', [0,0])
[1.82384112611, -.9681...
See: SOLVE
EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN
```

Obsérvese que la función MSLV requiere tres argumentos:

1. Un vector que contiene las ecuaciones, Vg., '[SIN(X)+Y,X+SIN(Y)=1]'
2. Un vector que contiene las incógnitas, Vg., '[X,Y]'
3. Un vector que contiene valores iniciales de la solución, Vg., los valores iniciales de X y Y son ambos cero en este ejemplo.

En modo ALG, presiónese HELP para copiar el ejemplo a la pantalla, presiónese ENTER para ejecutar el ejemplo. Para ver todos los elementos de la solución, es necesario activar el editor de línea al presionar la tecla direccional vertical \downarrow :

```
: HELP
: MSLV('[SIN(X)+Y X+SIN(Y)
[SIN(X)+Y X+SIN(Y)=1.]
*[SIN(X)+Y,X+SIN(Y)=1...
[X,Y],
[1.82384112611, -.9681...
←SHIP←SHIP←←DEL|DEL←|DEL|INS
```

En modo RPN, la solución de este ejemplo requiere lo siguiente antes de activar MSLV:

```
4:
3: [SIN(X)+Y X+SIN(Y)=1.]
2: [X Y]
1: [0. 0.]
CASCH|HELP|
```

Al activar la función MSLV se producen los siguientes resultados:

```
MODE: [SIN(X)+Y X+SIN(Y)=1.]  
[X Y]  
1: [1.82384112611 -.9681]  
CASCM HELP
```

Se habrá observado que, mientras se produce la solución, la pantalla muestra información intermedia relacionada a la solución en la esquina superior izquierda. Como la solución proveída por la función MSLV es numérica, la información en la esquina superior izquierda muestra los resultados del proceso iterativo utilizado en la solución del sistema de ecuaciones. La solución producida por MSLV para este caso es $X = 1.8238$, $Y = -0.9681$.

Referencia

Información adicional sobre la solución de ecuaciones únicas y múltiples se presenta en los Capítulos 6 y 7 de la guía del usuario.

Capítulo 7

Operaciones con listas

Las listas son un tipo de objeto utilizado por la calculadora que tienen mucha utilidad en el procesamiento de datos. En este Capítulo se presentan ejemplos de operaciones con listas. Para ejecutar los ejemplos en este Capítulo utilizaremos el CAS en modo aproximado (Approx, véase el Capítulo 1).

Creación y almacenamiento de listas

Para crear una lista en modo ALG, escríbanse primero las llaves $\left[\left(\right) \right]$, a continuación escríbanse los elementos de la lista, separados por comas $\left(\rightarrow _ , \right)$. En el siguiente ejemplo se escribe la lista $\{1.,2.,3.,4.\}$ y se almacena en la variable L1.

$\left[\left(\right) \right]$ $\left[/ \right]$ $\left[\rightarrow \right]$ $\left[, \right]$ $\left[2 \right]$ $\left[\rightarrow \right]$ $\left[, \right]$ $\left[3 \right]$ $\left[\rightarrow \right]$ $\left[, \right]$ $\left[4 \right]$
 $\left[\rightarrow \right]$ $\left[\text{STO}$ $\left[\text{ALPHA} \right]$ $\left[L \right]$ $\left[/ \right]$ $\left[\text{ENTER} \right]$

Para crear y almacenar la misma lista en modo RPN utilícese:

$\left[\left(\right) \right]$ $\left[/ \right]$ $\left[\text{SPC} \right]$ $\left[2 \right]$ $\left[\text{SPC} \right]$ $\left[3 \right]$ $\left[\text{SPC} \right]$ $\left[4 \right]$ $\left[\text{ENTER} \right]$
 $\left[\rightarrow \right]$ $\left[\text{ALPHA} \right]$ $\left[L \right]$ $\left[/ \right]$ $\left[\text{ENTER} \right]$ $\left[\text{STOP} \right]$

Operaciones con listas de números

Para demostrar operaciones con listas de números escríbanse y almacénense las siguientes listas en las variables correspondientes.

$$L2 = \{-3,2,1,5\} \quad L3 = \{-6,5,3,1,0,3,-4\} \quad L4 = \{3,-2,1,5,3,2,1\}$$

Cambio de signo

Cuando se aplica la tecla de cambio de signo $\left[\left(+ / - \right) \right]$ a una lista de números, se cambia el signo de cada elemento de la lista. Por ejemplo:

:L1	(1. 2. 3. 4.)
:-L1	(-1. -2. -3. -4.)
L4 L3 L2 L1 CASIO	

Adición, sustracción, multiplicación, y división

La multiplicación o división de una lista por un número real se distribuye miembro a miembro de la lista, por ejemplo:

```

:L-1.
      L-1.
:-5.L2 (15. -10. -5. -25.)
:L1
:5. (2. 4. 6. 8)

```

La sustracción de un número de una lista se interpreta sustrayendo el número de cada elemento de la lista, por ejemplo:

```

:L2 (-3. 2. 1. 5.)
:L2-10. (-13. -8. -9. -5.)

```

La adición de un número a una lista produce una lista con un elemento adicional (el número adicionado), y no la adición del número a cada elemento de la lista. Por ejemplo:

```

:L1 (1. 2. 3. 4.)
:L1+6. (1. 2. 3. 4. 6.)

```

Substracción, multiplicación, y división de listas de números del mismo tamaño resulta en una lista del mismo tamaño con las operaciones respectivas ejecutadas miembro a miembro. Ejemplos:

```

:L1-L2 (4. 0. 2. -1.)
:L1.L2 (-3. 4. 3. 20.)

```

```

:L1-L2 (4. 0. 2. -1.)
:L1.L2 (-3. 4. 3. 20.)
:L1
:L2
(-.3333333333333333 1. 3. .)

```

La división L4/L3 producirá un resultado infinito porque uno de los elementos en la lista L3 es cero.

Nota: En este caso se produce un mensaje indicando un error en el cálculo. Si se hubiesen escrito las listas L4 y L3 en modo Exacto (Exact), el símbolo de infinito se mostraría en el miembro de la lista donde ocurre la división por cero, por ejemplo,

$$: \frac{L4}{L3} \left(\frac{-1}{2} \frac{-2}{5} \frac{1}{3} 5 * \frac{2}{3} \frac{-1}{4} \right)$$

Si las listas involucradas en una operación tienen tamaños diferentes, se produce un mensaje de error (Invalid Dimensions, dimensiones incompatibles). Inténtese, por ejemplo, la operación L1-L4.

El signo de suma (\oplus), cuando se aplica a listas, produce un operador de *concatenación* que liga o concatena dos listas, en vez de sumar los elementos miembro a miembro. Por ejemplo:

$$: L1 \oplus L2 \{ 1. 2. 3. 4. -3. 2. 1. 5. \}$$

Para forzar la adición de dos listas del mismo tamaño miembro a miembro, se necesario utilizar el operador o función ADD (sumar). Este operador puede activarse utilizando el catálogo de funciones (\overline{CAT}). La pantalla que se muestra a continuación muestra la aplicación del operador ADD a las listas L1 y L2, produciendo la suma de las mismas miembro a miembro:

$$: L1 \text{ ADD } L2 \{ -2. 4. 4. 9. \}$$

Funciones aplicadas a listas

Las funciones de número reales en el teclado (ABS, e^x , LN, 10^x , LOG, SIN, x^2 , $\sqrt{\quad}$, COS, TAN, ASIN, ACOS, ATAN, y^x) así como aquellas en el menú MTH/HYPERBOLIC (SINH, COSH, TANH, ASINH, ACOSH, ATANH), y en el menú MTH/REAL (% , etc.), pueden aplicarse a listas, por ejemplo,

ABS

```

P.LC
(-3. 2. 1. 5.)
:IL2|
(3. 2. 1. 5.)
    
```

INVERSE (1/x)

```

:INV(L1)
(1. .5. 3333333333333333 .2)
    
```

Listas de números complejos

Una lista de números complejos puede crearse, por ejemplo, utilizando la operación $L5 = L1 \text{ ADD } i * L2$. En modo RPN, podría entrar estos datos como $L1 \text{ i } L2 \text{ ADD } *$. Resultado:

```

RAD XYZ HEX IC= 'X'      ALG
CHOME3
: L1
(1 2 3 4)
: L2
(-3 2 1 5)
: L1 ADD i L2
(1+i -3 2+i 2 3+i 4+i 5)
L4 L3 L2 L1 (RSD)
    
```

Funciones tales como LN, EXP, SQ, etc., pueden aplicarse también a una lista de números complejos, por ejemplo,

```

:SQ(L5)
(SQ(1.+i.-3.) SQ(2.+i.2.))
:√L5
(1.44261527445, -1.039)
    
```

```

:L5
(e 1.+i.-3. e 2.+i.2. e 3.+i.5.)
:LN(L5)
(LN(1.+i.-3.) LN(2.+i.2.))
    
```

Listas de objetos algebraicos

Los siguientes son ejemplos de listas de objetos algebraicos a los que se aplica la función seno (SIN) (utilícese el modo Exact para estos ejemplos – véase el Capítulo 1):

$$\left\{ \left\{ \frac{f}{2}, \alpha - \beta, \frac{(x-y)^2}{4} \right\} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \left\{ \frac{f}{2}, \alpha - \beta, \frac{(x-y)^2}{4} \right\} \\ \text{SIN(ANS(1))} \\ \left\{ \text{SIN}\left(\frac{f}{2}\right), \text{SIN}(\alpha - \beta), \text{SIN}\left(\frac{(x-y)^2}{4}\right) \right\} \end{array} \right.$$

El menú MTH/LIST

El menú MTH provee un número de funciones que se aplican exclusivamente a las listas. Con la opción CHOOSE boxes activa en la señal de sistema número 117, el menú MTH/LIST provee las siguientes funciones:



Con la opción SOFT menus activa en la señal de sistema número 117, el menú MTH/LIST provee las siguientes funciones:



La operación de las funciones del menú MTH/LISTA se muestra a continuación:

- ΔLIST: Calcula el incremento entre elementos consecutivos en la lista
- ΣLIST: Calcula la suma de los elementos en la lista
- ΠLIST: Calcula el producto de los elementos en la lista
- SORT: Ordena los elementos de la lista en orden creciente
- REVLIST: Invierte el orden de los elementos en la lista

ADD: Produce la suma miembro a miembro de dos listas del mismo tamaño (ejemplos de esta función se presentaron anteriormente)

Algunos ejemplos de aplicación de estas funciones en modo ALG se muestra a continuación:

```

:L3
(-6. 5. 3. 1. 0. 3. -4.)
:ΔLIST(L3)
(11. -2. -2. -1. 3. -7.)
ΔLIST|LIST|LIST|SORT|REVLI|ADD
  
```

```

:L3
(-6. 5. 3. 1. 0. 3. -4.)
:ΣLIST(L3)
2.
ΔLIST|LIST|LIST|SORT|REVLI|ADD
  
```

```

:L3
(-6. 5. 3. 1. 0. 3. -4.)
:SORT(L3)
(-6. -4. 0. 1. 3. 3. 5.)
ΔLIST|LIST|LIST|SORT|REVLI|ADD
  
```

```

:L3
(-6. 5. 3. 1. 0. 3. -4.)
:REVLIST(L3)
(-4. 3. 0. 1. 3. 5. -6.)
ΔLIST|LIST|LIST|SORT|REVLI|ADD
  
```

Las funciones SORT y REVLIST se pueden combinar para ordenar una lista en orden decreciente:

```

:L3
(-6. 5. 3. 1. 0. 3. -4.)
:REVLIST(SORT(L3))
(5. 3. 3. 1. 0. -4. -6.)
ΔLIST|LIST|LIST|SORT|REVLI|ADD
  
```

Si está trabajando en modo RPN, entre l a lista en la pantalla y, a continuación, seleccione la operación que desea. Por ejemplo, para calcular el incremento entre elementos consecutivos en la lista L3, presione:



Esto coloca a L3 en la pantalla y selecciona la operación ΔLIST del menú MTH.

La función SEQ

La función SEQ, disponible a través del catálogo de funciones ($\boxed{\rightarrow}$ CAT), utiliza como argumentos una expresión en términos de un índice, el nombre del índice, y los valores inicial, final, e incremento para el índice. La función produce una lista cuyos elementos resultan de la evaluación de la expresión antes mencionada para todos los valores posibles del índice. La forma de esta función es:

$$\text{SEQ}(\text{expresión}, \text{índice}, \text{inicial}, \text{final}, \text{incremento})$$

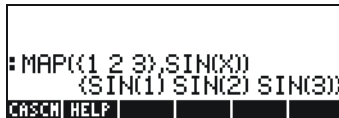
Por ejemplo:



La lista así creada corresponde a los valores $\{1^2, 2^2, 3^2, 4^2\}$.

La función MAP

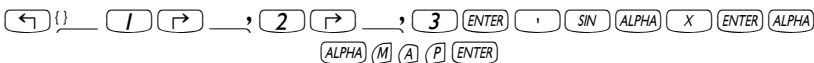
La función MAP, disponible a través del catálogo de funciones ($\boxed{\rightarrow}$ CAT), utiliza como argumentos una lista de números y una función $f(X)$, o un programa, y produce una lista cuyos elementos resultan de la aplicación de esa función a la lista de números. Por ejemplo, en el siguiente ejercicio la función MAP aplica la función SIN(X) a la lista $\{1,2,3\}$:



En modo ALG, la sintaxis es:



En modo RPN, la sintaxis es:



En ambos casos, puede teclear el comando MAP (como en los ejemplos anteriores) o seleccionar el comando del menú CAT.

Referencia

Para referencias adicionales, ejemplos, y aplicaciones de listas véase el Capítulo 8 en la guía del usuario de la calculadora.

Capítulo 8

Vectores

En este Capítulo presentan ejemplos de creación y operaciones con vectores, tanto vectores matemáticos de varios elementos, como vectores físicos de 2 y 3 componentes.

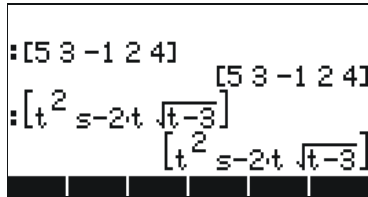
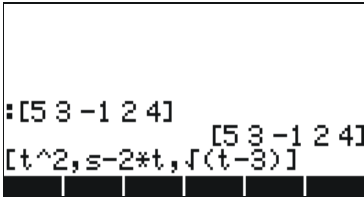
La escritura de vectores

En la calculadora, los vectores se representan por secuencias de números escritos entre corchetes en la forma de vectores filas. Los corchetes se obtienen utilizando las teclas $\left[\right]$, asociada con la tecla \times . Los siguientes son ejemplos de vectores en la calculadora:

- [3.5, 2.2, -1.3, 5.6, 2.3] Un vector fila general
- [1.5, -2.2] Un vector 2-D (bidimensional)
- [3, -1, 2] Un vector 3-D (tridimensional)
- ['t', 't^2', 'SIN(t)'] Un vector de objetos algebraicos

Escritura de vectores en la pantalla

Con la calculadora en modo ALG, un vector se escribe en la pantalla abriendo primero un par de corchetes $\left[\right]$ y escribiendo después los elementos del vector separados por comas $\left(\right)$. Las figuras siguientes muestran la escritura de un vector numérico seguido de un vector algebraico. La figura de la izquierda muestra el vector algebraico antes de presionar ENTER . La figura de la derecha muestra el vector algebraico después de presionar ENTER .



En modo RPN, se escriben los vectores abriendo los corchetes y separando los elementos de los vectores ya sea con comas $\left(\right)$ o espacios $\left(\text{SPC} \right)$. Nótese que después de presionar ENTER , en cualquiera de los dos modos, la calculadora mostrará los elementos de un vector separados por espacios.

Almacenamiento de vectores en variables

Los vectores pueden almacenarse en variables. Las figuras mostradas a continuación indican la forma de almacenar los siguientes vectores:

$$\mathbf{u}_2 = [1, 2], \mathbf{u}_3 = [-3, 2, -2], \mathbf{v}_2 = [3, -1], \mathbf{v}_3 = [1, -5, 2]$$

Los vectores se almacenan en las variables $\boxed{u2}$, $\boxed{u3}$, $\boxed{v2}$, y $\boxed{v3}$, respectivamente. Primero, en modo ALG:

```

[1 2]→u2
[-3 2 -2]→u3

```

```

[1 2]
[-3 2 -2]→u3
[3 -1]→v2
[1 -5 2]→v3

```

Después en modo RPN (antes de presionar la tecla \boxed{STO} , repetidamente):

```

7:
6:
5:
4: [1 2]
3: 'u2'
2: [-3 2 -2]
1: 'u3'

```


```

7:
6:
5:
4: [3 -1]
3: 'v2'
2: [1 -5 2]
1: 'v3'

```

Nota: No se necesitan apóstrofes (') para escribir los nombres de las variables u2, v2, etc. en modo RPN. En este caso, los apóstrofes se utilizan para reemplazar las variables existentes que se crearon anteriormente en el modo ALG. Por lo tanto, los apóstrofe deben ser utilizados si no se eliminan las variables existentes antes de almacenar otros valores en ellas.


Utilizando el escritor de matrices (MTRW) para escribir vectores


Los vectores pueden escribirse también utilizando el escritor de matrices  (tercera tecla en la cuarta fila del teclado). Este comando genera una especie de hoja de cálculo correspondiendo a las filas y columnas de una matriz. (Información detallada sobre el uso del escritor de matrices se presenta en el Capítulo 9). Para escribir un vector, se necesita solamente escribir los elementos de la primera fila. Al activarse el escritor de matrices, la casilla en la primera fila y primera columna es seleccionada automáticamente. En el menú al pie de la hoja de cálculo se encuentran las siguientes teclas:







La tecla  se utiliza para editar el contenido de la casillas

La tecla , si está activa, producirá un vector, en lugar de una matriz conteniendo una fila y varias columnas.

La tecla  se utiliza para reducir el ancho de las columnas en la hoja de cálculo. Presione esta tecla un par de veces para verificar que se reduce el ancho de las columnas.

La tecla  se utiliza para incrementar el ancho de las columnas en la hoja de cálculo. Presione esta tecla un par de veces para verificar que se incrementa el ancho de las columnas.

La tecla , si está activa, automáticamente selecciona la siguiente casilla a la derecha de la casilla actual al presionar la tecla . Esta opción es la opción pre-seleccionada por el escritor de matrices. Si se desea utilizar esta opción, la misma deberá ser seleccionada antes de comenzar a escribir los elementos de la matriz o vector.

La tecla , si está activa, automáticamente selecciona la siguiente casilla debajo de la casilla seleccionada cuando se presiona la tecla . Si se desea utilizar esta opción, la misma deberá ser

seleccionada antes de comenzar a escribir los elementos de la matriz o vector.

Navegando hacia la derecha o hacia abajo en el escritor de matrices

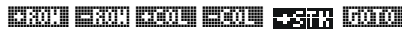
Actívese el escritor de matrices y escríbase lo siguiente:

3 **ENTER** **5** **ENTER** **2** **ENTER** **ENTER** habiendo seleccionado la tecla



. A continuación, escríbase la misma secuencia de números habiendo seleccionado la tecla **F00**, y nótese la diferencia en el resultado. En el primer ejercicio, se escribió un vector de tres elementos. En el segundo ejercicio, se escribió una matriz de tres filas y una columna (es decir, un vector columna).

Actívese el escritor de matrices una vez más utilizando las teclas **←** **MTRW**, y presiónese la tecla **NXT** para acceder a la segunda página del menú. Las teclas disponibles serán las siguientes:



La tecla **000** agrega una fila de ceros a la matriz actual.

La tecla **001** elimina una fila de la matriz actual.

La tecla **002** agrega una columna de ceros a la matriz actual.

La tecla **003** elimina una fila de la matriz actual.

La tecla **0STK** copia el contenido de una casilla a la pantalla normal (stack).

La tecla **F000**, solicita del usuario el número de una fila y columna de la casilla a seleccionar

Al presionarse la tecla **NXT** una vez más se accede al última página del menú, la cual contiene solamente la función **004** (remove).

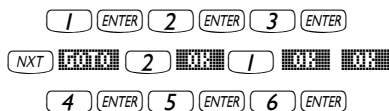
La función **004** elimina el contenido de la casilla reemplazándolo con un cero.

Para verificar la operación de estas funciones, sígase el ejercicio que se muestra a continuación:

(1) Actívese el escritor de matrices utilizando las teclas **←** **MTRW**.

Asegúrese que las teclas **002** y **F000** han sido seleccionadas.

(2) Escríbase lo siguiente:



7 **ENTER** **8** **ENTER** **9** **ENTER**

- (3) Muévase el cursor dos filas hacia arriba utilizando **▲** **▲**. Presiónese la tecla **■**. La segunda fila desaparecerá.
- (4) Presiónese **■**. Una fila de tres ceros aparece en la segunda fila.
- (5) Presiónese **■**. La primera columna desaparecerá.
- (6) Presiónese **■**. Una columna de dos ceros aparece en la primera columna.
- (7) Presiónese **■** **3** **■** **3** **■** **■** para mover el cursor a la casilla (3,3).
- (8) Presiónese **■**. Esta acción coloca el contenido de la casilla (3,3) en la pantalla principal (stack), aunque este resultado no será visible inmediatamente. Presiónese **ENTER** para recuperar la pantalla normal. El número 9, elemento (3,3), y la matriz recientemente escrita se mostrarán en la pantalla.

Operaciones elementales con vectores

Para ilustrar operaciones con vectores utilizaremos los vectores u_2 , u_3 , v_2 , y v_3 , almacenados en un ejercicio previo. Así mismo, almacénese el vector $A=[-1,-2,-3,-4,-5]$ para utilizarse también en los siguientes ejercicios.

Cambio de signo

Para cambiar de signo a un vector, utilícese la tecla **+/-**, por ejemplo,

:-[2 3 5]					
	[-2 -3 -5]				
:-v3					
	[-1 5 -2]				
:-A					
	[1 2 3 4 5]				
A	v2	v2	v3	v2	

Adición, substracción

La adición y substracción de vectores requiere que los vectores operandos tengan el mismo número de elementos:


```

:u2+v2
[4 1]
:u3+v3
[-2 -3 0]
:A+A
[-2 -4 -6 -8 -10]
A | u3 | u2 | u3 | u2

```

Si se intentan sumar o restar vectores de diferentes números de elementos se produce un error ("Invalid Dimension", Dimensión Incompatible):

```

:u2+v3
"Invalid Dimension"
:u3+u2
"Invalid Dimension"
:A+u3
"Invalid Dimension"
A | u3 | u2 | u3 | u2

```

Multiplicación o división por un escalar

Ejemplos de multiplicación o división por un escalar se muestran a continuación:

```

:3*v2
[9 -3]
:-5*u3
[15 -10 10]
:2*u2-6*v2
[-16 10]
A | u3 | u2 | u3 | u2

```

```

:u3/2
[-3/2 1 -1]
A | u3 | u2 | u3 | u2

```

Función valor absoluto

La función valor absoluto (ABS), cuando se aplica a un vector, calcula la magnitud del vector. Por ejemplo: $ABS([1, -2, 6])$, $ABS(A)$, $ABS(u3)$, se mostrarán en la pantalla de la siguiente manera:

```

:|[1 -2 6]|
√41
:|A|
√55
:|u3|
√17
A | u3 | u2 | u3 | u2

```

El menú MTH/VECTOR

El menú MTH (\leftarrow MTH) contiene un menú de funciones que aplican específicamente a los vectores:



El menú VECTOR contiene las siguientes funciones (la opción CHOOSE boxes ha sido seleccionada para la señal de sistema número 117):



Magnitud

La magnitud de un vector, tal como se indicó anteriormente, se calcula con la función ABS. Esta función se encuentra disponible directamente en el teclado (\leftarrow ABS). Ejemplos de aplicación de la función ABS se presentaron anteriormente.

Producto escalar (producto punto)

La función DOT (opción 2 en el menú mostrado anteriormente) se utiliza para calcular el producto escalar, o producto punto, de dos vectores con el mismo número de elementos. Algunos ejemplos de aplicación de la función DOT, utilizando los vectores A, u2, u3, v2, y v3, almacenados anteriormente, se muestran a continuación en el modo ALG. El producto escalar de vectores con diferente número de elementos produce un error.

```

:DOT(A,A)
                    55
:DOT(u2,v2)
                    1
:DOT(v3,u3)
                   -17
  A | u3 | v2 | u3 | v2

```

```

:DOT(u2,u3)
  "Invalid Dimension"
:DOT(A,v3)
  "Invalid Dimension"
:DOT(v2,u3)
  "Invalid Dimension"
  A | u3 | v2 | u3 | v2

```

Producto vectorial (producto cruz)

La función CROSS (opción 3 el menú MTH/VECTOR) se utiliza para calcular el producto vectorial, o producto cruz, de dos vectores 2-D, de dos vectores 3-D, o de un vector 2-D con un vector 3-D. Para calcular el producto vectorial, un vector bidimensional (2-D) de la forma $[A_x, A_y]$, se convierte en un vector tridimensional (3-D) de la forma $[A_x, A_y, 0]$. Ejemplos del producto vectorial se muestran a continuación en el modo ALG. Nótese que el producto vectorial de dos vectores bidimensionales produce un vector en la dirección z solamente, es decir, un vector de la forma $[0, 0, C_z]$:

```

:CROSS(u2,v2)
                [0 0 -7]
:CROSS(u2,[2 -3])
                [0 0 -7]
:CROSS([1.5 -2],v2)
                [0 0 4.5]
  A | u3 | v2 | u3 | v2

```

```

:CROSS(u3,v3)
                [-6 4 13]
:CROSS(u3,u3)
                [0 0 0]
:CROSS([1 3 -5],[1 2 3])
                [19 -8 -1]
  A | u3 | v2 | u3 | v2

```

Ejemplos de productos vectoriales (productos cruz) de un vector 3-D con un vector 2-D, o viceversa, se presentan a continuación.

```

:CROSS(u3,v2)
                [-2 -6 -3]
:CROSS(v2,v3)
                [-2 -6 -14]
:CROSS([1 2 3],[5 -6])
                [18 15 -16]
  A | u3 | v2 | u3 | v2

```

El tratar de calcular un producto vectorial (producto cruz) de vectores con más de 3 componentes produce un error:

```
:CROSS(v3,A)
"Invalid Dimension"
:CROSS([1 2 3 4],v3)
"Invalid Dimension"
:CROSS(A,v2)
"Invalid Dimension"
A | v3 | v2 | v3 | v2 |
```

Referencia

Información adicional sobre operaciones con vectores, incluyendo aplicaciones en las ciencias físicas, se presenta en el Capítulo 9 de la guía del usuario.

Capítulo 9

Matrices y álgebra lineal

Este Capítulo muestra ejemplos de la creación de matrices y de sus operaciones, incluyendo aplicaciones del álgebra lineal.

Escritura de matrices en la pantalla

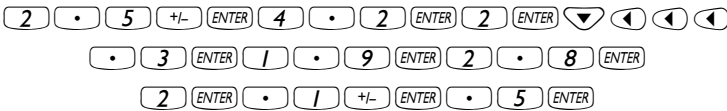
En esta sección se muestran dos formas diferentes de escribir matrices en la pantalla: (1) utilizando el editor de matrices, y (2) escribiendo las matrices directamente en la pantalla.

Utilizando el editor de matrices

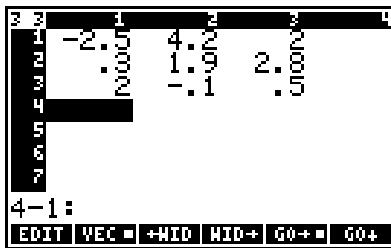
Como se hizo con los vectores (véase el Capítulo 8), las matrices pueden escribirse utilizando el editor o escritor de matrices. Por ejemplo, para escribir la matriz:

$$\begin{bmatrix} -2.5 & 4.2 & 2.0 \\ 0.3 & 1.9 & 2.8 \\ 2 & -0.1 & 0.5 \end{bmatrix},$$

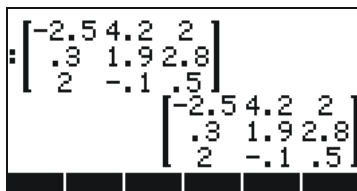
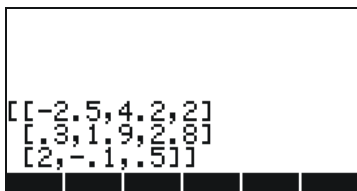
Primero, actívese el escritor de matrices \leftarrow *MTRVY*. Asegúrese que la opción **EDIT** ha sido seleccionada. A continuación utilídense las siguientes teclas:



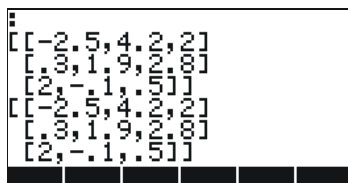
Al terminar este ejercicio, se visualiza la pantalla del escritor de matrices como se muestra a continuación:



Presiónese $\boxed{\text{ENTER}}$ una vez más para colocar la matriz en la pantalla (stack). Utilizando el modo ALG, las siguientes figuras muestran la pantalla antes y después de presionar la tecla $\boxed{\text{ENTER}}$ una vez.



Si se ha seleccionado la opción Textbook para la pantalla (utilizando $\boxed{\text{MODE}} \boxed{\text{TEXT}}$ y marcando la opción \checkmark Textbook), la matriz lucirá como se mostró anteriormente. De otra manera, la pantalla luce de la siguiente forma:



La pantalla en modo RPN lucirá muy similar a estas pantallas.

Escribiendo la matriz directamente en la pantalla

Para escribir la matriz anterior directamente en la pantalla utilícese:

$\boxed{\leftarrow} \boxed{[}$ $\boxed{\rightarrow} \boxed{]}$
 $\boxed{\leftarrow} \boxed{[}$ $\boxed{2} \boxed{\cdot}$ $\boxed{5} \boxed{+/-}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{,}$ $\boxed{4} \boxed{\cdot}$ $\boxed{2} \boxed{\rightarrow}$ $\boxed{,}$ $\boxed{2} \boxed{\rightarrow}$ $\boxed{\rightarrow}$
 $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{,}$
 $\boxed{\leftarrow} \boxed{[}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{3} \boxed{\rightarrow}$ $\boxed{,}$ $\boxed{1} \boxed{\cdot}$ $\boxed{9} \boxed{\rightarrow}$ $\boxed{,}$ $\boxed{2} \boxed{\cdot}$ $\boxed{8} \boxed{\rightarrow}$
 $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{,}$
 $\boxed{\leftarrow} \boxed{[}$ $\boxed{2} \boxed{\rightarrow}$ $\boxed{,}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{1} \boxed{+/-}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{,}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{5} \boxed{\text{ENTER}}$

De tal manera, para escribir una matriz directamente en la pantalla ábranse un par de corchetes ($\boxed{\leftarrow} \boxed{[}$) y enciérrase cada fila en la matriz dentro de un par de corchetes adicionales ($\boxed{\leftarrow} \boxed{[}$). Utilícense comas ($\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{,}$ $\boxed{\rightarrow}$) para separar los elementos de cada fila, así como para separar los corchetes entre filas de la matriz.

Para futura referencia, almacénese esta matriz en la variable A. En modo ALG, utilícese $\boxed{\text{STO}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{A}$. En modo RPN, utilícese $\boxed{\cdot}$ $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{A}$ $\boxed{\text{STO}}$.

Operaciones con matrices

Las matrices, como otros objetos matemáticos, pueden sumarse y restarse. También pueden ser multiplicadas por un escalar o multiplicarse la una con la otra y elevarse a una potencia real. Una operación importante en el álgebra lineal es la inversa de una matriz. Detalles de estas operaciones se muestran a continuación.

Para ilustrar las operaciones matriciales, se crearán un cierto número de matrices que se almacenarán en las variables siguientes. He aquí las matrices A22, B22, A23, B23, A33 y B33 (estas matrices aleatorias serán diferentes en su calculadora):

```
:RANM((2 2))>A22
      [-8 0]
      [ 0 2]
:RANM((2 2))>B22
      [ 7 -8]
      [-8 8]
```

B22 | A22

```
:RANM((2 3))>A23
      [ 7 -8]
      [-8 8]
:RANM((2 3))>B23
      [ 8 6 5]
      [-2 4 5]
:RANM((2 3))>B22
      [ 0 4 -4]
      [ 6 -6 -8]
```

B23 | A23 | B22 | A22

```
:RANM((3 2))>A32
      [-6 -6]
      [ 9 7]
      [-5 0]
:RANM((3 2))>B32
      [ 0 3]
      [ 5 -6]
      [-4 -3]
```

B32 | A32 | B23 | A23 | B22 | A22

```
:RANM((3 3))>A33
      [-8 -3 4]
      [ 7 8 6]
      [ 5 -1 4]
:RANM((3 3))>B33
      [-4 1 7]
      [-4 -5 7]
      [-7 6 2]
```

B33 | A33 | B32 | A32 | B23 | A23

En modo RPN, los pasos a seguir son los siguientes:

```
(2,2) [ENTER] RANM 'A22' [ENTER] [STO] (2,2) [ENTER] RANM 'B22' [ENTER] [STO]
(2,3) [ENTER] RANM 'A23' [ENTER] [STO] (2,3) [ENTER] RANM 'B23' [ENTER] [STO]
(3,2) [ENTER] RANM 'A32' [ENTER] [STO] (3,2) [ENTER] RANM 'B32' [ENTER] [STO]
(3,3) [ENTER] RANM 'A33' [ENTER] [STO] (3,3) [ENTER] RANM 'B33' [ENTER] [STO]
```

Adición y substracción

A continuación se muestran cuatro ejemplos de operaciones que utilizan las matrices almacenadas anteriormente (modo ALG).

```
:A22+B22
      [-1 -8]
      [-8 10]
:A22-B22
      [-15 8]
      [ 8 -6]
```

B22 | A22

```
:A23+B23
      [ 8 10 1]
      [ 4 -2 -3]
:A23-B23
      [ 8 2 9]
      [-8 10 13]
```

B33 | A33 | B32 | A32 | B23 | A23

En el modo RPN, intente los siguientes ocho ejemplos:

A22 B22
 A23 B23
 A32 B32
 A33 B33

A22 B22
 A23 B23
 A32 B32
 A33 B33

Multiplicación

Existe una cantidad de operaciones de multiplicación que involucran matrices. Estas operaciones se describen a continuación. Los ejemplos se presentan en modo algebraico.

Multiplicación por un escalar

Algunos ejemplos de multiplicación de una matriz por un escalar se muestran a continuación:

```

5·A32
      [-30 -30]
      [45 35]
      [-25 0]
-8·B33
      [32 -8 -56]
      [32 40 -56]
      [56 -48 -16]
-----
B33 | A33 | B32 | A32 | B23 | A23
  
```

```

      [32 40 -56]
      [56 -48 -16]
-·B23
      [0 -4 4]
      [-6 6 2]
1.25·A22
      [-10. 0]
      [0 2.5]
-----
B22 | A22
  
```

Multiplicación de una matriz con un vector

La multiplicación de una matriz con un vector es posible solamente si el número de columnas de la matriz es igual al número de elementos del vector. Ejemplos de multiplicación de una matriz con un vector se presentan a continuación:

```

      [-4 1 7]
      [-4 -5 7]
      [-7 6 2]
:Ans(1)·C1 2 -3]
      [-23 -35 -13]
-----
B33 | A33 | B32 | A32 | B23 | A23
  
```

```

:B32
      [0 3]
      [5 -6]
      [-4 -3]
:Ans(1)·C1 -2]
      [-6 17 23]
-----
B33 | A33 | B32 | A32 | B23 | A23
  
```

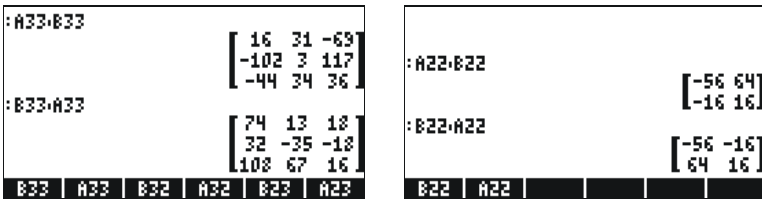
La multiplicación de un vector por una matriz, sin embargo, no está definida. Esta multiplicación puede ejecutarse, como un caso especial de la multiplicación de matrices como se define a continuación.

Multiplicación de matrices

La multiplicación de matrices se define por la expresión $\mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times p} \cdot \mathbf{B}_{p \times n}$. Obsérvese que la multiplicación de matrices es posible solamente si el número de columnas en el primer operand es igual al número de filas en el segundo. El elemento genérico c_{ij} del producto se escribe:

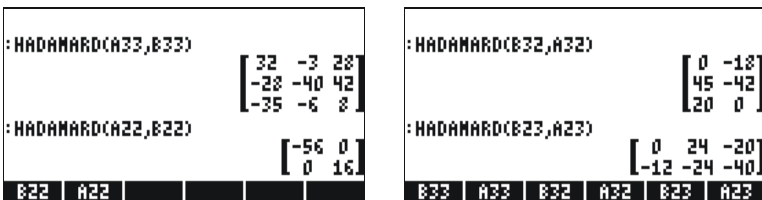
$$c_{ij} = \sum_{k=1}^p a_{ik} \cdot b_{kj}, \text{ for } i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n.$$

La multiplicación de matrices no es conmutativa, es decir, en general, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \neq \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$. Es posible que uno de los productos $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ o $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ no exista. Las siguientes figuras muestran multiplicaciones de las matrices que se almacenaron anteriormente:



Multiplicación término-a-término

La multiplicación término-a-término de dos matrices de las mismas dimensiones es posible gracias a la función HADAMARD. El resultado es, por supuesto, una matriz de las mismas dimensiones que los operandos. La función HADAMARD está disponible a través del catálogo de funciones (\rightarrow CAT), o a través del sub-menú MATRICES/OPERATIONS (\leftarrow MATRICES). Algunas aplicaciones de la función HADAMARD se presentan a continuación:



Elevar una matriz a una potencia real

Puede elevar una matriz a cualquier potencia siempre y cuando la potencia sea un número real. El ejemplo siguiente muestra el resultado de elevar la matriz B22, creada anteriormente, a la potencia de 5:

```

: B22
      [ 7 -8 ]
      [-8 8 ]
: B225
      [ 421543 -448712 ]
      [-448712 477632 ]
EDIT VIEW RCL STO► PURGE/CLEAR
  
```

También puede elevar una matriz a una potencia sin guardarla primero como variable:

```

: [ 1 2 ]4
      [ 199 290 ]
      [ 435 634 ]
EDIT VIEW RCL STO► PURGE/CLEAR
  
```

En modo algebraico, deberá teclear: [entrar o seleccionar la matriz] y^x [entre la potencia] ENTER .

En modo RPN, deberá teclear: [entrar o seleccionar la matriz] SPC [entre la potencia] y^x ENTER .

La matriz identidad

La matriz identidad **I** se define de manera que $\mathbf{A} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{I} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$. Los siguientes ejercicios verifican esta definición. La función IDN (disponible en el menú MTH/MATRIX/MAKE) se utiliza para generar la matriz identidad como se muestra en las figuras siguientes:

```

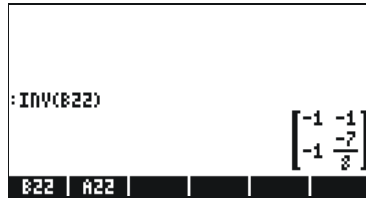
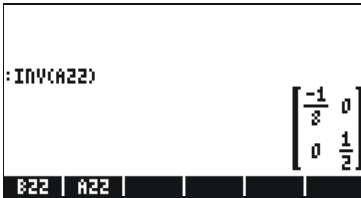
: A22
      [-8 0 ]
      [ 0 2 ]
: A22>IDN(A22)
      [-8 0 ]
      [ 0 2 ]
A22 A22
  
```

```

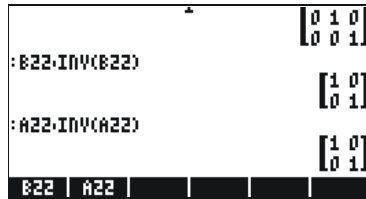
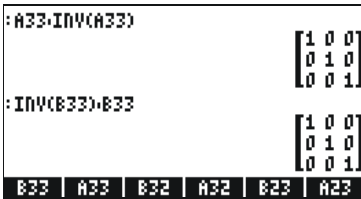
: A22>IDN(A22)
      [-8 0 ]
      [ 0 2 ]
: IDN(A22)·A22
      [-8 0 ]
      [ 0 2 ]
A22 A22
  
```

La matriz inversa

La inversa de una matriz cuadrada \mathbf{A} es la matriz \mathbf{A}^{-1} tal que $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{I}$, en la cual \mathbf{I} es la matriz identidad de las mismas dimensiones de \mathbf{A} . La inversa de a matriz se obtiene en la calculadora utilizando la función INV (es decir, la tecla $\left(\frac{1}{x}\right)$). Ejemplos involucrando la inversa de las matrices almacenadas anteriormente se presentan a continuación:



Para verificar las propiedades de la matriz inversa se presentan las siguientes multiplicaciones:

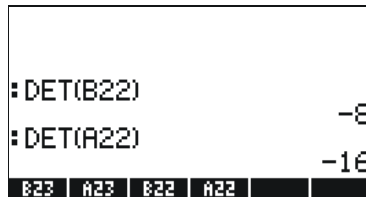
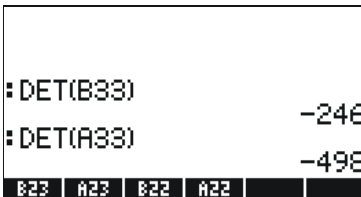


El menú NORM de matrices

El menú NORM (NORMALIZAR) de matrices se obtiene utilizando las teclas $\left(\leftarrow\right)$ MTH. Este menú se describe detalladamente en el Capítulo 10 de la guía del usuario. Algunas de estas funciones se presentan a continuación.

La función DET

La función DET se utiliza para calcular el determinante de una matriz cuadrada. Por ejemplo,



La función TRACE

La función TRACE se utiliza para calcular la traza de una matriz cuadrada, definida como la suma de los elementos en la diagonal principal, o sea,

$$tr(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^n a_{ii}$$

Ejemplos:

: TRACE(A22)	-6
: TRACE(B22)	15
B23 A23 B22 A22	

: TRACE(A33)	4
: TRACE(B33)	-7
A X B33 A33 B32 A32	

Solución de sistemas lineales

A sistema de n ecuaciones lineales en m variables puede escribirse de la siguiente manera:

$$a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + a_{13} \cdot x_3 + \dots + a_{1,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{1,m} \cdot x_m = b_1,$$

$$a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 + \dots + a_{2,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{2,m} \cdot x_m = b_2,$$

$$a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 + a_{33} \cdot x_3 + \dots + a_{3,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{3,m} \cdot x_m = b_3,$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \dots \quad \cdot \quad \cdot$$


$$a_{n-1,1} \cdot x_1 + a_{n-1,2} \cdot x_2 + a_{n-1,3} \cdot x_3 + \dots + a_{n-1,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{n-1,m} \cdot x_m = b_{n-1},$$

$$a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + a_{n3} \cdot x_3 + \dots + a_{n,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{n,m} \cdot x_m = b_n.$$


Este sistema de ecuaciones lineales puede escribirse como una ecuación matricial, $\mathbf{A}_{n \times m} \cdot \mathbf{x}_{m \times 1} = \mathbf{b}_{n \times 1}$, si se definen los siguientes matriz y vectores:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}_{n \times m}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}_{m \times 1}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Utilizando la solución numérica de sistemas lineales

Existen muchas formas de resolver un sistema de ecuaciones lineales con la calculadora. Por ejemplo, uno puede utilizar el menú de soluciones numéricas (→) NUM.SLV. Selecciónese la opción 4. *Solve lin sys..* en la lista de soluciones numéricas (figura de la izquierda) y presiónese la tecla . La siguiente forma interactiva (figura de la derecha) será producida:



para resolver el sistema lineal $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$, escríbase la matriz \mathbf{A} , utilizando el formato $[[a_{11}, a_{12}, \dots], \dots [\dots]]$ en la opción A: de la forma interactiva. Así mismo, escríbase el vector \mathbf{b} en la opción B: de la forma interactiva. Cuando se seleccione la opción X:, presiónese la tecla . Si existe una solución e vector solución \mathbf{x} se mostrará en la opción X: de la forma interactiva. La solución se reproduce también en la pantalla normal. Algunos ejemplos se muestran a continuación.

El sistema de ecuaciones lineales

$$2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 13,$$

$$x_1 - 3x_2 + 8x_3 = -13,$$

$$2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -6,$$

puede escribirse como la ecuación matricial $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$, si se usa

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 1 & -3 & 8 \\ 2 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad \text{and} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 13 \\ -13 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Este sistema tiene el mismo número de ecuaciones e incógnitas, y se conoce como un sistema cuadrado. En general, habrá una solución única del sistema. La solución representa la intersección de los tres planos representados por las ecuaciones lineales en el sistema de coordenadas (x_1, x_2, x_3) .

Para escribir la matriz **A** uno puede activar el escritor de matrices cuando el cursor se encuentra en la opción A: de la forma interactiva. La siguiente pantalla muestra el escritor de matrices utilizado para escribir la matriz **A**, así como la forma interactiva de la solución después de escribir la matriz **A** (presiónese **ENTER** en el escritor de matrices para retornar a la forma interactiva):

```

  3 3      1      2      3      4
  1      2.      3.      -5.
  2      1.      -3.      8.
  3      2.      -2.      4.
  4
  5
  4-1:
  EDIT | VEC | +NID | NID+ | GO+ | GO+
  
```

```

  SOLVE SYSTEM A·X=B
  A: [[2.,3.,-5.] [1.,-...
  B:
  X:
  Enter coefficients matrix A
  EDIT | CHOOS |
  
```

Presiónese la tecla **▼** para seleccionar la opción B: en la forma interactiva. El vector b puede escribirse como un vector file con un solo par de corchetes, es decir, $[13, -13, -6]$ **FILE**.

Después de escribir la matriz A y el vector b, selecciónese la opción X:, y presiónese la tecla **SOLVE** para obtener una solución para este sistema de ecuaciones:

```

  SOLVE SYSTEM A·X=B
  A: [[2.,3.,-5.] [1.,-...
  B: [13.,-13.,6.]
  X:
  Enter solutions or press SOLVE
  EDIT | CHOOS | SOLVE
  
```

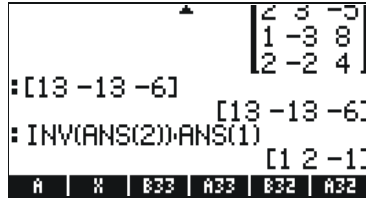
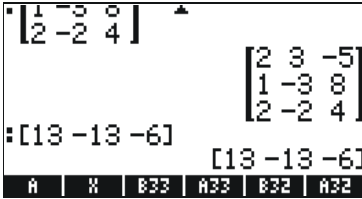
La solución del sistema se muestra a continuación.

```

  SOLVE SYSTEM A·X=B
  A: [[2.,3.,-5.] [1.,-...
  B: [13.,-13.,-6.]
  X: [1.,2.,-1.]
  Enter solutions or press SOLVE
  EDIT | CHOOS | SOLVE
  
```

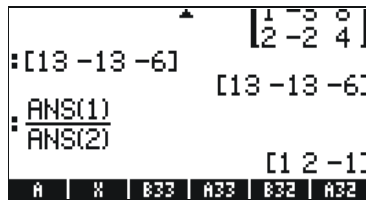
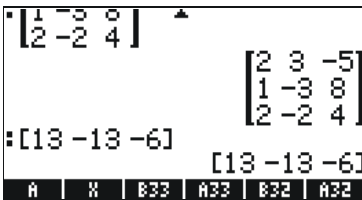
Solución utilizando la matriz inversa

La solución del sistema $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$, en el cual \mathbf{A} es una matriz cuadrada, se obtiene utilizando $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b}$. Para el ejemplo utilizado anteriormente, la solución se puede encontrar en la calculadora utilizando lo siguiente (escribanse la matriz \mathbf{A} y el vector \mathbf{b} una vez más):



Solución a través de “división” de matrices

Si bien la operación de división de matrices no está definida, es posible utilizar la tecla \div de la calculadora para “dividir” el vector \mathbf{b} por la matriz \mathbf{A} con el propósito de determinar \mathbf{x} en la ecuación matricial $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$. El procedimiento para la “división” de \mathbf{b} sobre \mathbf{A} se ilustra a continuación para el ejemplo utilizado anteriormente (escribanse la matriz \mathbf{A} y el vector \mathbf{b} una vez más):



Referencias

Información adicional sobre la creación de matrices, operaciones con matrices, y aplicaciones de matrices en el álgebra lineal se presenta en los Capítulos 10 y 11 de la guía del usuario de la calculadora.

Capítulo 10


Gráficas

En este Capítulo se presentan algunas de las aplicaciones gráficas de la calculadora. Se incluyen gráficas de funciones en coordenadas Cartesianas y gráficas tridimensionales (fast 3D plots).

Opciones gráficas en la calculadora

Para tener acceso a la lista de formatos gráficos disponibles en la calculadora, úsese la secuencia de teclas (←) 2D/3D (F4). Téngase cuidado que si se usa el modo RPN estas dos teclas deben presionarse simultáneamente para activar las funciones gráficas. Después de activar la función 2D/3D, la calculadora produce la forma interactiva denominada PLOT SETUP, la cual incluye la opción TYPE (tipo) como se ilustra a continuación.



En frente de la partícula TYPE se encuentra, con toda seguridad, que la opción Function (función) ha sido seleccionada. Este es el tipo de gráfica preseleccionado en la calculadora. Para ver la lista de formatos gráficos disponibles, presione la tecla de menú denominada  (escoger). Esta selección produce una lista de menú con las siguientes opciones (úsense las teclas direccionales verticales para ver todas las opciones):





Gráfica de una expresión de la forma $y = f(x)$

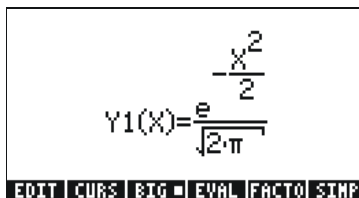
Como ejemplo grafíquese la función,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

- Actívese el ambiente PLOT SETUP (diseño de la gráfica) al presionar \leftarrow $\frac{2D/3D}$. Seleccíonese la opción Funcion en la especificación TYPE, y la variable 'X' como variable independiente (INDEP). Presione \leftarrow \frac{NXT} $\frac{\text{GRID}}$ para recuperar la pantalla normal. El ambiente PLOT SET UP luce como se muestra a continuación:



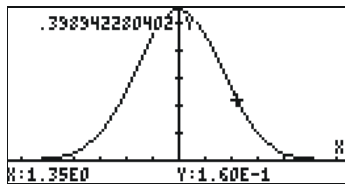
- Actívese el ambiente PLOT (gráfica) al presionar \leftarrow $\frac{Y=}$ (simultáneamente si se usa el modo RPN). Presione la tecla $\frac{\text{EQN}}$ para activar el escritor de ecuaciones. La calculadora requiere que se escriba el lado derecho de la ecuación $Y1(X) = \frac{x^2}{2}$. Escribáse la función a ser graficada de manera que el escritor de ecuaciones muestre lo siguiente:



- Presiónese **ENTER** para regresar al ambiente PLOT. La expresión 'Y1(X) = EXP(-X^2/2)/√(2*π)' será seleccionada. Presiónese **NXT** **□** para recuperar la pantalla normal.
- Actívese el ambiente PLOT WINDOW (ventana gráfica) al presionar **◀** **WIN** (simultáneamente si se usa el modo RPN). Use un rango de -4 a 4 para la especificación H-VIEW (vista horizontal), presione después **□** para generar automáticamente el rango vertical, V-VIEW. La pantalla PLOT WINDOW deberá lucir como se muestra a continuación:



- Dibújese la gráfica: **□** (esperar hasta que se termina de dibujar la gráfica)
- Para ver los rótulos de los ejes coordenados: **□** **NXT** **□** **□**
- Para recuperar el primer menú gráfico: **NXT** **NXT** **□**
- Para recorrer o trazar la curva: **□** **□**. Úsense las teclas direccionales horizontales (**◀** **▶**) para recorrer la curva. Las coordenadas de los puntos trazados se mostrarán al pié de la pantalla. Verifíquense las siguientes coordenadas: $x = 1.05$, $y = 0.0231$, y $x = -1.48$, $y = 0.134$. La figura se muestra a continuación:



- Para recuperar el menú y regresar al ambiente PLOT WINDOW, presiónese **NXT** **□**. Presione **NXT** **□** para regresar a la pantalla normal.















Tabla de valores de una función

Las combinaciones de teclas $\left(\leftarrow\right) \text{TBLSET} \left(\text{F5}\right)$ y $\left(\leftarrow\right) \text{TABLE} \left(\text{F6}\right)$, presionadas simultáneamente si se usa el modo RPN, permiten al usuario producir la tabla de valores de una función. Por ejemplo, para producir una tabla de la función $Y(X) = X/(X+10)$, en el rango $-5 < X < 5$, síganse las siguientes instrucciones:

- Se generarán valores de la función $f(x)$, definida anteriormente, para valores de x de -5 a 5 , en incrementos de 0.5 . Para empezar, asegúrese que el tipo de gráfica seleccionado en el ambiente PLOT SETUP $\left(\leftarrow\right) \text{2D/3D}$, simultáneamente si se usa el modo RPN) es **FUNCTION**. Si ese no es el tipo seleccionado, presiónese la tecla $\left[\text{MODE}\right]$ y selecciónese la opción **FUNCTION**, presiónese $\left[\text{OFF}\right]$ para terminar la selección.
- Presiónese $\left[\text{V}\right]$ para seleccionar la opción EQ, y escríbase la expresión: 'X/(X+10)'. Presione $\left[\text{ENTER}\right]$.
- Para aceptar los cambios realizados en el ambiente PLOT SETUP y recuperar la pantalla normal, presiónese $\left[\text{NXT}\right]$ $\left[\text{OFF}\right]$.
- El siguiente pase es acceder el ambiente Table Set-up (diseño de tabla) usando la combinación de teclas $\left(\leftarrow\right) \text{TBLSET}$ (es decir, la tecla F5) – simultáneamente si se usa el modo RPN. La pantalla resultante permite al usuario seleccionar el valor inicial (*Start*) y el incremento (*Step*). Escríbanse los siguientes valores: $\left[5\right] \left[\text{+/-}\right] \left[\text{OFF}\right] \left[0\right] \left[\text{.}\right] \left[5\right] \left[\text{OFF}\right] \left[0\right] \left[\text{.}\right] \left[5\right] \left[\text{OFF}\right]$ (es decir, factor de amplificación = 0.5). Presiónese la tecla $\left[\text{F2/F3}\right]$ hasta que aparezca la marca \checkmark en frente de la opción *Small Font* (caracteres pequeños) de ser necesario. Presione $\left[\text{OFF}\right]$ para terminar y regresar a la pantalla normal.
- Para ver la tabla, presiónese $\left(\leftarrow\right) \text{TABLE}$ (es decir, la tecla F6) – simultáneamente si se usa el modo RPN. Esta acción producirá una tabla de valores de $x = -5, -4.5, \dots$, y los valores correspondientes de $f(x)$, listados bajo el encabezado Y1. Utilícense las teclas direccionales verticales para mover el cursor en la tabla. Nótese que no tuvimos que indicar el valor final de la variable independiente x . La tabla continua mas allá del valor máximo sugerido de $x = 5$.






Algunas de las opciones disponibles cuando la tabla es visible incluyen $\left[\text{F0/F1}\right]$, $\left[\text{F2/F3}\right]$, y $\left[\text{F4/F5}\right]$:

- Cuando se selecciona la opción $\left[\text{F4/F5}\right]$, la tabla muestra la definición de la función calculada.
- La tecla $\left[\text{F2/F3}\right]$ cambia el tamaño de los caracteres. Presione esta tecla para verificar su operación.

- Cuando se selecciona la opción  (amplificar), se obtiene un menú con las opciones: *In*, *Out*, *Decimal*, *Integer*, y *Trig*. Practique los siguientes ejercicios:
 - Seleccione la opción *In*, y presione . La tabla se expande de manera que el incremento en x es de 0.25 en vez de 0.5. Lo que la calculadora hace es multiplicar el incremento original 0.5 por el factor de amplificación 0.5, para producir el nuevo incremento de 0.25. La opción *zoom in* es útil cuando se requiere una mayor resolución en la tabla.
 - Para incrementar la resolución en un factor adicional de 0.5, presiónese , selecciónese *In* una vez más, y presiónese . El nuevo incremento en x es 0.0125.
 - Para recuperar el incremento anterior, presiónese    para seleccionar la opción *Un-zoom*. En este ejemplo, el incremento en x se incrementa a 0.25.
 - Para recuperar el incremento original de 0.5, selecciónese *un-zoom* una vez más, o úsese la opción *zoom out* (reducir amplificación) al presionar   .
 - La opción *Decimal* en  produce incrementos de 0.10.
 - La opción *Integer* en  produce incrementos de 1.
 - La opción *Trig* en  produce incrementos relacionados a fracciones de π . Esta opción es útil en tablas de funciones trigonométricas.
 - Para recuperar la pantalla normal presiónese la tecla .

Gráficas tridimensionales de acción rápida (Fast 3D plots)

Estas gráficas se utilizan para visualizar superficies tridimensionales representadas por ecuaciones de la forma $z = f(x,y)$. Por ejemplo, si se desea visualizar la función $z = f(x,y) = x^2 + y^2$, síganse los siguientes pasos:

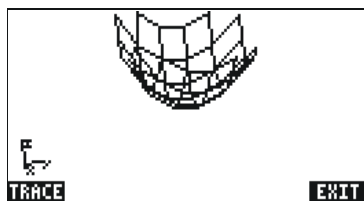
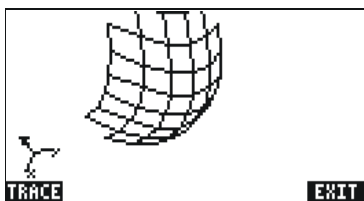
- Presiónese , simultáneamente si se usa el modo RPN, para acceder el ambiente PLOT SETUP.
- Cámbiese la opción TYPE a *Fast3D*. (, seleccionar *Fast3D*, .
- Presiónese  y escríbase ' X^2+Y^2 ' .

- Asegúrese que se ha seleccionado la 'X' como la variable independiente (Indep:) y la 'Y' como la variable dependiente (Depnd:).
- Presiónese NXT GRID para recuperar la pantalla normal.
- Presiónese WIN , simultáneamente si se usa el modo RPN, para acceder al ambiente PLOT WINDOW.
- Acéptense los valores siguientes para los parámetros de la gráfica:

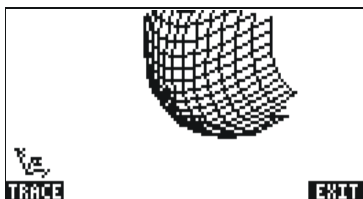
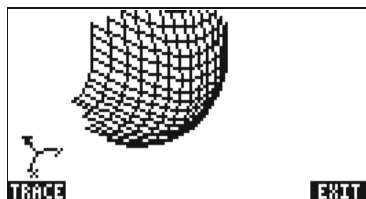
X-Left: -1	X-Right: 1
Y-Near: -1	Y-Far: 1
Z-Low: -1	Z-High: 1
Step Indep: 10	Depnd: 8

Nota: Los valores Step Indep: y Depnd: representan el número de incrementos en la malla gráfica a utilizarse. A medida que se incrementan estos números, la producción de la gráfica se hace más lenta, aunque el tiempo necesario para producirla es relativamente corto.

- Presiónense las teclas GRID para dibujar la superficie tridimensional. El resultado de esta operación es un diagrama de las trazas de la malla gráfica sobre la superficie. La figura incluye el sistema de coordenadas de referencia en la esquina inferior izquierda. Al presionar las teclas direccionales (LEFT RIGHT UP DOWN) uno puede cambiar la orientación de la superficie. La orientación del sistema de coordenadas de referencia también se cambia al moverse el punto de vista de la superficie. Las siguientes figuras muestran dos vistas de la superficie definida anteriormente.



- Para finalizar, presiónese la tecla END .
- Presiónese GRID para regresar al ambiente PLOT WINDOW.
- Cámbiese la información siguiente: Step Indep: 20 Depnd: 16
- Presiónese GRID para dibujar la superficie nuevamente.



- Para finalizar, presiónese la tecla $\boxed{\text{END}}$.
- Presiónese $\boxed{\text{MODE}}$ para regresar al ambiente PLOT WINDOW.
- Presiónese $\boxed{\text{ON}}$, o $\boxed{\text{NXT}} \boxed{\text{MODE}}$, para recuperar la pantalla normal.

He aquí otro ejercicio del tipo de gráfica *Fast 3D*, $z = f(x,y) = \sin(x^2+y^2)$

- Presiónese $\boxed{\leftarrow} \boxed{2D/3D}$, simultáneamente si se usa el modo RPN, para acceder al ambiente PLOT SETUP.
- Presiónese $\boxed{\nabla}$ y escribase la función 'SIN(X^2+Y^2)' $\boxed{\text{MODE}}$.
- Presiónese $\boxed{\text{MODE}} \boxed{\text{MODE}} \boxed{\text{MODE}}$ para dibujar la superficie. Presiónese $\boxed{\text{MODE}} \boxed{\text{MODE}}$ para regresar a la forma PLOT WINDOW.
- Presiónese $\boxed{\text{ON}}$, o $\boxed{\text{NXT}} \boxed{\text{MODE}}$, para regresar a la pantalla normal.

Referencia

Información adicional sobre las gráficas se puede encontrar en los Capítulos 12 y 22 de la guía del usuario.

Capítulo 11

Aplicaciones en el Cálculo

Este Capítulo discute las aplicaciones de la calculadora a operaciones relacionadas al cálculo diferencial e integral, es decir, límites, derivadas, integrales, series de potencias, etc.

El menú CALC (Cálculo)

La mayoría de las funciones utilizadas en este Capítulo se presentan en el menú CALC de la calculadora. Este menú está disponible a través de la secuencia de teclado \leftarrow CALC (asociada con la tecla \leftarrow 4):



Las primeras cuatro opciones en este menú son en realidad sub-menús que se aplican a (1) derivadas e integrales, (2) límites y series de potencias, (3) ecuaciones diferenciales, y (4) gráficas. Las funciones en las opciones (1) y (2) se presentan en este Capítulo. Las funciones DERVX e INTVX se discuten en más detalle en las páginas 11-3, respectivamente.

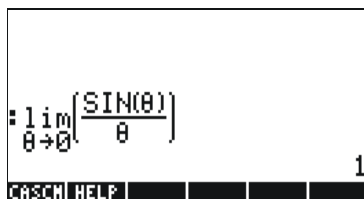
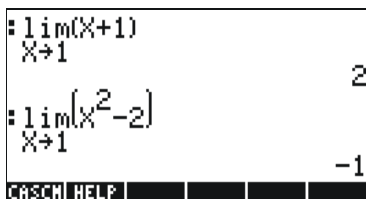
Límites y derivadas

El cálculo diferencial se orienta principalmente al estudio de las derivadas de funciones y a sus aplicaciones en el análisis matemático. La derivada de una función se define como el límite de la diferencia de la función a medida que el incremento en la variable independiente tiende a cero. Los límites se utilizan así mismo para verificar la continuidad de las funciones.

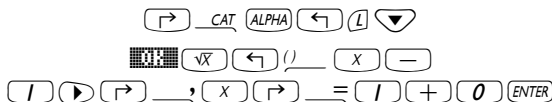
La función *lim*

La calculadora provee la función *lim* para calcular límites de funciones. Esta función utiliza como argumento una expresión que representa una función y el valor de la variable independiente donde se evaluará el límite. La función *lim* se obtiene a través del catálogo de funciones de la calculadora (\leftarrow \leftarrow CAT ALPHA \leftarrow \leftarrow 1) o, a través de la opción 2. LIMITS & SERIES... del menú CALC, que se presentó anteriormente.

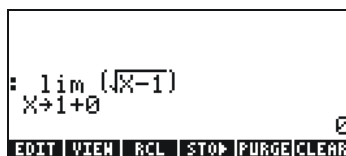
La función *lim* se escribe en modo ALG como $\text{lim}(f(x), x=a)$ para calcular el límite $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$. En modo RPN, escríbase primero la función, seguida de la expresión 'x=a', y actívese finalmente la función *lim*. Algunos ejemplos en modo ALG se presentan a continuación, incluyendo algunos límites al infinito. El símbolo del infinito se asocia con la tecla ∞ , es decir, ∞ .



Para calcular límites unilaterales, añade +0 ó -0 al valor a la variable. Un "+0" significa límite desde la derecha, mientras que un "-0" significa límite desde la izquierda. Por ejemplo, el límite de $\sqrt{x-1}$ según se acerca x a 1 desde la izquierda puede determinarse teclenado (modo ALG):



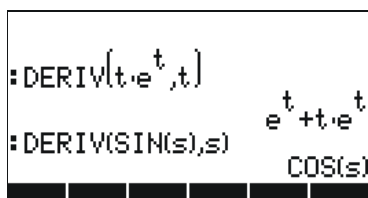
Resultado:



Las funciones DERIV y DERVX

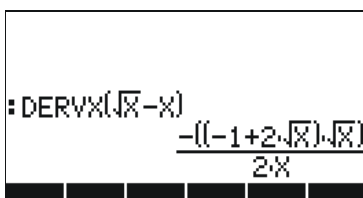
La función DERIV se utiliza para calcular derivadas de cualquier variable independiente, mientras que la función DERVX calcula derivadas con respecto a la variable independiente definida por el CAS (usualmente definida por 'X'). Mientras la función DERVX se encuentra disponible directamente en el menú CALC, ambas funciones se encuentran disponibles en el sub-menú DERIV.&INTEG dentro del menú CALC (\leftarrow CALC).

La función DERIV requiere una función, por ejemplo $f(t)$, y una variable independiente, t , mientras que la función DERVX requiere solamente una función de la variable VX. Algunos ejemplos en modo ALG se presentan a continuación. Recuérdese que en el modo RPN los argumentos de la función deben listarse antes de aplicar la función.



Calculator screen showing two examples of the DERIV function:

- Input: $\text{DERIV}(t \cdot e^t, t)$ Output: $e^t + t \cdot e^t$
- Input: $\text{DERIV}(\text{SIN}(s), s)$ Output: $\text{COS}(s)$



Calculator screen showing the DERVX function:

- Input: $\text{DERVX}(\sqrt{x} - x)$ Output: $\frac{-((-1+2\sqrt{x})-\sqrt{x})}{2x}$

Anti-derivadas e integrales

Una anti-derivada de la función $f(x)$ es la función $F(x)$ tal que $f(x) = dF/dx$. Una anti-derivada se puede representar como una integral indefinida, es decir,

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

si y sólo si, $f(x) = dF/dx$, y $C = \text{constante}$.

Las funciones INT, INTVX, RISCH, SIGMA y SIGMAVX

La calculadora provee las funciones INT, INTVX, RISCH, SIGMA y SIGMAVX para calcular anti-derivadas. Las funciones INT, RISCH, y SIGMA operan con funciones de cualquier variable, mientras que las funciones INTVX y SIGMAVX utilizan funciones de la variable CAS VX (usualmente, 'X'). Las funciones INT y RISCH requieren, por lo tanto, no solamente la expresión de la función a integrar, sino también el nombre de la variable independiente. La función INT requiere también el valor de x donde se evaluará la integral. Las funciones INTVX y SIGMAVX requieren solamente la expresión de la función a integrarse en términos de la variable VX. La función INT requiere también el valor de x donde se

evaluará la integral. Las funciones INTVX y SIGMAVX requieren solamente la expresión de la función a integrarse en términos de la variable VX. Las funciones INTVX, RISCH, SIGMA y SIGMAVX se localizan en el menú CALC/DERIV&INTEG, mientras que INT está disponible en el catálogo de funciones. Algunos ejemplos en modo ALG se presentan a continuación (escriba el nombre de la función para activarla):

```

: INTVX(X·e^X)
: INTVX(ASIN(X)
      (X-1)·e^X
      √(1-SQ(X))+X·ASIN(X)
IBF INTVX LAPL PREVA RISCH SIGMA
  
```

```

: INT(s^2-s,s,2)
: RISCH(s^2-s,s)
      1/3·s^3-1/2·s^2
      s/2
IBF INTVX LAPL PREVA RISCH SIGMA
  
```

```

: SIGMAVX((X-3))
      X!
      X-0
      X-1
      X-2
      X
SIGMA
IBF INTVX LAPL PREVA RISCH SIGMA
  
```

```

: SIGMA(s·s!,s)
      s!
IBF INTVX LAPL PREVA RISCH SIGMA
  
```

Nótese que las funciones SIGMAVX y SIGMA están diseñadas a operar en integrandos que incluyen ciertas funciones de números enteros como la función factorial (!) como se indica en un ejemplo anterior. El resultado representa la llamada derivada discreta, es decir, una derivada definida para números enteros solamente.

Integrales definidas

En la integral definida de una función, la antiderivada que resulta se evalúa en los límites superior e inferior de un intervalo (a,b), y los valores evaluados se sustraen. Simbólicamente esto se indica como:

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a), \text{ donde } f(x) = dF/dx.$$

La función PREVAL(f(x),a,b) del CAS puede simplificar dicho cálculo retornando f(b)-f(a), donde x es la variable VX del CAS.

```

: PREVAL(3·X^2-X,0,5)
      70
: PREVAL(X·LN(X),1,5)
      5·LN(5)
IBF INTVX LAPL PREVA RISCH SIGMA
  
```

Series infinitas

Una función $f(x)$ se puede expandir en una serie infinita alrededor de un punto $x=x_0$ usando una serie de Taylor, es decir,

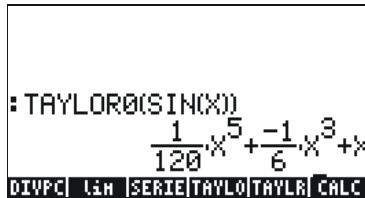
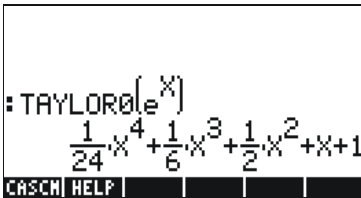
$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} \cdot (x - x_0)^n$$

en la cual $f^{(n)}(x)$ representa la n-sima derivada de $f(x)$ con respecto a x , y $f^{(0)}(x) = f(x)$. Si $x_0 = 0$, la serie se denomina una serie de Maclaurin.

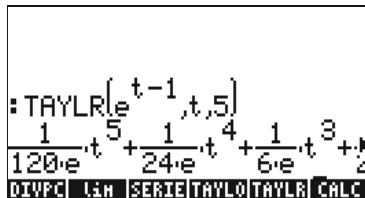
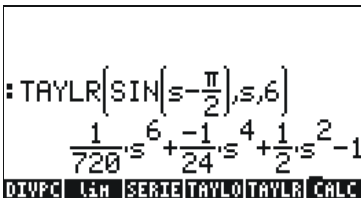
Las funciones TAYLR, TAYLRO, y SERIES

Las funciones TAYLR, TAYLRO, y SERIES se utilizan para generar polinomios de Taylor, así como series Taylor con residuos. Estas funciones se encuentran disponibles en el menú CALC/LIMITS&SERIES descrito anteriormente.

La función TAYLRO produce una serie de Maclaurin, es decir, alrededor de $X = 0$, de una expresión de la variable CAS VX (usualmente 'X'). La expansión utiliza una potencia relativa del 4to orden, es decir, la diferencia entre las máxima y mínima potencias en la expansión es 4. Por ejemplo,



La función TAYLR produce una serie de Taylor de una función $f(x)$ de cualquier variable x alrededor del punto $x = a$ de orden k especificado por el usuario. La función sigue el formato TAYLR($f(x-a),x,k$). Por ejemplo,



La función SERIES produce un polinomio de Taylor utilizando como argumentos la función $f(x)$ a expandirse, el nombre de una variable

solamente (para series de Maclaurin) o una expresión de la forma 'variable = valor' que indica el punto de expansión de una serie de Taylor, y el orden de la serie a producirse. La función SERIES produce dos resultados, una lista de cuatro elementos, y una expresión de la forma $h = x - a$, si el segundo argumento de la función es ' $x=a$ ', es decir, una expresión del incremento h . La lista en el primer resultado incluye los siguientes elementos:

1 - El límite bi-direccional de la función en el punto de expansión,

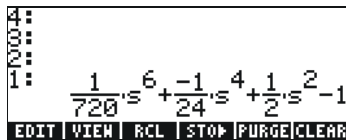
$$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

2 - El valor equivalente de la función cerca del valor $x = a$

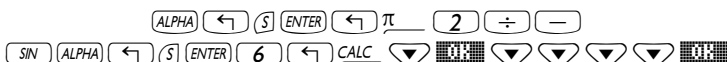
3 - La expresión del polinomio de Taylor

4 - El orden del residuo del polinomio de Taylor

Debido a la cantidad de resultados, esta función se puede observar más fácilmente en el modo RPN. Por ejemplo, las siguientes ilustraciones muestran la pantalla RPN antes de usar la función TAYLR, como se ha indicado anteriormente:



Para generar este ejemplo en particular deberá teclear:



Referencia

Definiciones y aplicaciones adicionales de las operaciones del cálculo se presentan en el Capítulo 13 en la guía del usuario.

Capítulo 12

Aplicaciones en el Cálculo Multivariado

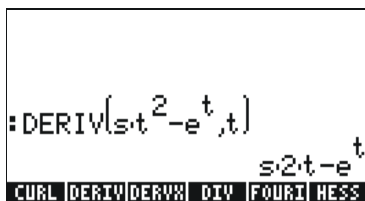
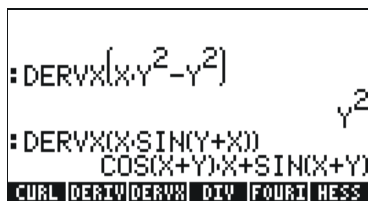
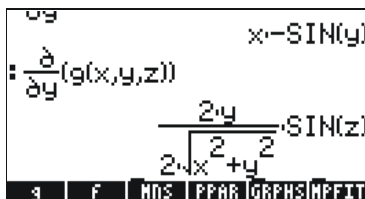
El cálculo multivariado se aplica a funciones de dos o más variables. En este Capítulo se discuten los conceptos básicos del cálculo multivariado: derivadas parciales e integrales múltiples.

Derivadas parciales

Para calcular derivadas parciales de funciones multivariadas, úsese las reglas de las derivadas ordinarias con respecto a la variable de interés, mientras se consideran las demás variables como constantes. Por ejemplo,

$$\frac{\partial}{\partial x}(x \cos(y)) = \cos(y), \quad \frac{\partial}{\partial y}(x \cos(y)) = -x \sin(y)$$

Uno puede utilizar las funciones de derivadas de la calculadora: DERVX, DERIV, ∂ , descritas en el Capítulo 11 de este manual, para calcular derivadas parciales (DERVX utiliza la variable CAS VX, usualmente, 'X'). Algunos ejemplos de derivadas parciales del primer orden se muestran a continuación. Las funciones utilizadas en los primeros dos ejemplos son $f(x,y) = x \cos(y)$, y $g(x,y,z) = (x^2+y^2)^{1/2} \sin(z)$.



Para definir las funciones $f(x,y)$ y $g(x,y,z)$, en modo ALG, use:

$\text{DEF}(f(x,y)=x * \text{COS}(y))$

$\text{DEF}(g(x,y,z)=\sqrt{(x^2+y^2)} * \text{SIN}(z))$

Para escribir el símbolo de derivadas, use $\boxed{\rightarrow}$ $\frac{\partial}{\partial}$. La derivada $\frac{\partial}{\partial x}(f(x, y))$, por ejemplo, se escribe como $\partial x(f(x, y))$ $\boxed{\text{ENTER}}$ en la pantalla en modo ALG.

Integrales múltiples

La interpretación física de la integral doble de una función $f(x, y)$ sobre una región R en el plano x - y es el volumen del sólido contenido bajo la superficie $f(x, y)$ encima de la región R . La región R puede describirse como $R = \{a < x < b, f(x) < y < g(x)\}$, o como $R = \{c < y < d, r(y) < x < s(y)\}$. La integral doble correspondiente se puede escribir como sigue:

$$\iint_R \phi(x, y) dA = \int_a^b \int_{f(x)}^{g(x)} \phi(x, y) dy dx = \int_c^d \int_{r(y)}^{s(y)} \phi(x, y) dy dx$$

La evaluación de una integral doble en la calculadora es relativamente simple. Una integral doble puede escribirse en el escritor de ecuaciones (véase el ejemplo en el Capítulo 2 de la guía del usuario), como se muestra a continuación. Esta integral doble puede calcularse directamente en el escritor de ecuaciones al seleccionar la expresión completa y utilizar la función $\boxed{\text{CALC}}$. El resultado es $3/2$.

EDIT CURS BIG ▣ EVAL FACTO SIMP

EDIT CURS BIG ▣ EVAL FACTO SIMP

Referencia

Detalles adicionales de las operaciones del cálculo multivariado y sus aplicaciones se presentan en el Capítulo 14 de la guía del usuario.

Capítulo 13

Aplicaciones en Análisis Vectorial

Este capítulo describe el uso de las funciones HESS, DIV, y CURL utilizadas en operaciones del análisis vectorial.

El operador 'del'

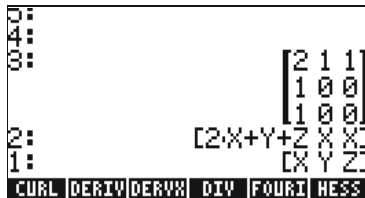
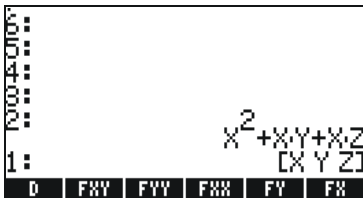
El operador que se muestra a continuación, llamado el operador 'del' o 'nabla', es un operador vectorial que puede aplicarse a una función escalar o vectorial:

$$\nabla [] = i \cdot \frac{\partial}{\partial x} [] + j \cdot \frac{\partial}{\partial y} [] + k \cdot \frac{\partial}{\partial z} []$$

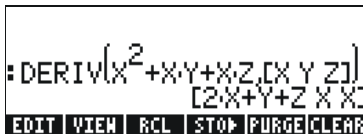
Cuando este operador se aplica a una función escalar se obtiene el gradiente de la función, y cuando se aplica a una función vectorial se puede obtener la divergencia y el rotacional (curl) de la función. La combinación del gradiente y la divergencia producen el Laplaciano de una función escalar.

Gradiente

El gradiente de una función escalar $\phi(x,y,z)$ es la función vectorial definida como $grad\phi = \nabla\phi$. La función HESS puede utilizarse para obtener el gradiente de una función. La función HESS toma como argumentos una función de n variables independientes, $\phi(x_1, x_2, \dots, x_n)$, y un vector de las variables $[x_1, x_2, \dots, x_n]$. La función HESS produce la matriz Hessiana de la función ϕ , $H = [h_{ij}] = [\partial^2\phi/\partial x_i\partial x_j]$, el gradiente de la función con respecto a las n variables, $grad\phi = [\partial\phi/\partial x_1, \partial\phi/\partial x_2, \dots, \partial\phi/\partial x_n]$, y la lista de variables $[x_1, x_2, \dots, x_n]$. Esta función se visualiza mejor en el modo RPN. Tómese como ejemplo la función $\phi(X,Y,Z) = X^2 + XY + XZ$. La aplicación de la función HESS produce el resultado siguiente (La figura muestra la pantalla antes y después de aplicar la función HESS en modo RPN):

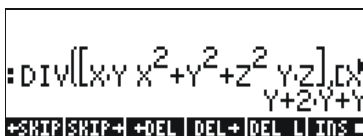


El gradiente que resulta es $[2X+Y+Z, X, X]$. La función DERIV puede utilizarse para calcular el gradiente de la forma siguiente:



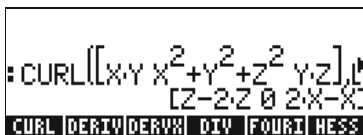
Divergencia

La divergencia de una función vectorial, $\mathbf{F}(x,y,z) = f(x,y,z)\mathbf{i} + g(x,y,z)\mathbf{j} + h(x,y,z)\mathbf{k}$, se define como el producto escalar (o producto punto) del operador “del” con la función, $divF = \nabla \bullet F$. La función DIV se utiliza para calcular la divergencia de una función vectorial en la calculadora. Por ejemplo, para la función $\mathbf{F}(X,Y,Z) = [XY, X^2+Y^2+Z^2, YZ]$, se calcula la divergencia, en modo ALG, como se muestra a continuación: $DIV([X*Y, X^2+Y^2+Z^2, Y*Z], [X, Y, Z])$



Rotacional (Curl)

El rotacional de un campo o función vectorial $\mathbf{F}(x,y,z) = f(x,y,z)\mathbf{i} + g(x,y,z)\mathbf{j} + h(x,y,z)\mathbf{k}$, se define como el producto vectorial (o producto cruz) del operador ‘del’ con el campo vectorial, $curl\mathbf{F} = \nabla \times \mathbf{F}$. El rotacional de un campo vectorial se calcula con la función CURL. Por ejemplo, para la función $\mathbf{F}(X,Y,Z) = [XY, X^2+Y^2+Z^2, YZ]$, se calcula el rotacional de la forma siguiente: $CURL([X*Y, X^2+Y^2+Z^2, Y*Z], [X, Y, Z])$



Referencia

Para mayor información sobre aplicaciones de la calculadora en el análisis vectorial, consúltese el Capítulo 15 en la guía del usuario.

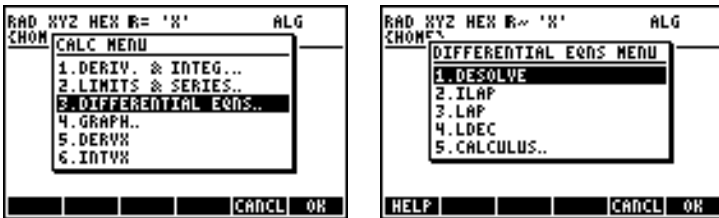
Capítulo 14

Las ecuaciones diferenciales

En este Capítulo se presentan ejemplos de la solución de las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) utilizando funciones de la calculadora. Una ecuación diferencial es una ecuación que involucra derivadas de la variable independiente. En la mayoría de los casos, se busca una función dependiente que satisface la ecuación diferencial.

El menú CALC/DIFF

El sub-menú DIFFERENTIAL EQNS.. dentro del menú CALC (\leftarrow CALC) provee funciones para la solución de las ecuaciones diferenciales. El menú CALC/DIFF que resulta cuando la opción CHOOSE boxes se selecciona para la señal de sistema 117 es el siguiente:



Estas funciones se describen brevemente a continuación. Las funciones se describen en forma detallada más adelante en este Capítulo.

- DESOLVE: Función para resolver ecuaciones diferenciales, de ser posible
- ILAP: Transformada inversa de Laplace, $L^{-1}[F(s)] = f(t)$
- LAP: Transformada de Laplace, $L[f(t)]=F(s)$
- LDEC: Función para resolver ecuaciones diferenciales lineales

Solución de las ecuaciones lineales y no lineales

Una ecuación en la cual la variable dependiente y todas sus derivadas son de primer grado se conoce como una ecuación diferencial lineal. De no ser así, la ecuación se dice que es no lineal.

La función LDEC

La calculadora provee la función LDEC para determinar la solución general de una EDO lineal de cualquier orden con coeficientes constantes,

ya sea que la EDO es homogénea o no. Esta función requiere dos argumentos

- El lado derecho de la EDO
- La ecuación característica de la EDO

Estos dos argumentos deberán escribirse en términos de la variable del CAS (usualmente X). El resultado de la función es la solución general de la EDO. Los ejemplos mostrados a continuación se ejecutan en el modo RPN:

Ejemplo 1 – Resuélvase la EDO homogénea

$$d^3y/dx^3-4\cdot(d^2y/dx^2)-11\cdot(dy/dx)+30\cdot y = 0.$$

Escríbese:

`'X^3-4*X^2-11*X+30'` `ENTER` `LDEC` `EVAL`

La solución es (esta figura se construyó a partir de figuras del escritor de ecuaciones, EQW):

$$\frac{(120\cdot cC0+16\cdot cC1-8\cdot cC2)\cdot e^{3X}\cdot 2^X - ((30\cdot cC0-(5\cdot cC1+5\cdot cC2))\cdot e^{5X}\cdot 3^X - (30\cdot cC0-(21\cdot cC1-3\cdot cC2)))}{120\cdot e^{3X}}$$

en la cual cC0, cC1, y cC2 son constantes de integración. Este resultado es equivalente a:

$$y = K_1\cdot e^{-3x} + K_2\cdot e^{5x} + K_3\cdot e^{2x}.$$

Ejemplo 2 – Utilizando la función LDEC, resuélvase la EDO no homogénea:

$$d^3y/dx^3-4\cdot(d^2y/dx^2)-11\cdot(dy/dx)+30\cdot y = x^2.$$

Escríbese:

`'X^2'` `ENTER` `'X^3-4*X^2-11*X+30'` `ENTER` `LDEC` `EVAL`

La solución es:

$$\frac{(27000\cdot cC0+3600\cdot cC1-(1800\cdot cC2+450))\cdot e^{3X}\cdot 2^X - (((6750\cdot cC0-(1125\cdot cC1+1125\cdot cC2+18))\cdot e^{5X}\cdot (900X^2+660X+482))\cdot e^{3X} - (6750\cdot cC0-(4725\cdot cC1-(675\cdot cC2-50))))}{27000\cdot e^{3X}}$$

la cual es equivalente a

$$y = K_1\cdot e^{-3x} + K_2\cdot e^{5x} + K_3\cdot e^{2x} + (450\cdot x^2+330\cdot x+241)/13500.$$

La función DESOLVE

La calculadora provee la función DESOLVE para resolver cierto tipo de ecuaciones diferenciales. La función requiere como argumentos la ecuación diferencial y el nombre de la función incógnita. La función DESOLVE produce la solución a la ecuación diferencial, de ser posible. Uno puede también proveer como primer argumento de la función DESOLVE un vector que contenga la ecuación diferencial y las condiciones iniciales del problema, en vez de proveer solamente una ecuación diferencial. La función DESOLVE está disponible en el menú CALC/DIFF. Ejemplos de aplicaciones de la función DESOLVE se muestran a continuación utilizando el modo RPN.

Ejemplo 1 – Resuélvase la EDO de primer orden:

$$dy/dx + x^2 \cdot y(x) = 5.$$

Escríbase en la calculadora:

'd1y(x)+x^2*y(x)=5' **ENTER** 'y(x)' **ENTER** DESOLVE

La solución proveída es

{'y(x) = (INT(5*EXP(xt^3/3),xt,x)+cC0)*1/EXP(x^3/3)'}}, es decir,

$$y(x) = 5 \cdot \exp(-x^3 / 3) \cdot \left(\int \exp(x^3 / 3) \cdot dx + C_0 \right)$$

La variable ODETYPE

Nótese la existencia de una nueva variable denominada **ODETYPE** (ODETYPE). Esta variable se produce al utilizar la función DESOLVE y contiene una cadena de caracteres que identifican el tipo de EDO utilizada como argumento de la función DESOLVE. Presiónese la tecla de menú **ODETYPE** para obtener el texto "1st order linear" (lineal de primer orden).

Ejemplo 2 – Resuélvase la siguiente ecuación sujeta a condiciones iniciales. La ecuación es

$$d^2y/dt^2 + 5y = 2 \cos(t/2),$$

sujeta a las condiciones

$$y(0) = 1.2, y'(0) = -0.5.$$

En la calculadora, utilícese

['d1d1y(t)+5*y(t) = 2*COS(t/2)' 'y(0) = 6/5' 'd1y(0) = -1/2']

'y(t)' **ENTER**

DESOLVE

Nótese que las condiciones iniciales se definen con valores exactos, es decir, ' $y(0) = 6/5$ ', en lugar de ' $y(0)=1.2$ ', y ' $d1y(0) = -1/2$ ', en vez de ' $d1y(0) = -0.5$ '. El utilizar expresiones exactas facilita la solución.

Nota: Para obtener expresiones fraccionarias para valores decimales utilícese la función $\rightarrow Q$ (véase el Capítulo 5).

La solución en este caso es:



Presiónese **◻** **◻** para simplificar el resultado. Use **◻** **◻** para obtener:

$$y(t) = -((19*\sqrt{5}*\sin(\sqrt{5}*t)-(148*\cos(\sqrt{5}*t)+80*\cos(t/2)))/190)'$$

Presiónese **◻** **◻** **◻** **◻** para obtener el texto "Linear w/ cst coeff" (lineal, con coeficientes constantes) para el tipo de EDO en este caso.

Transformadas de Laplace

La transformada de Laplace de una función $f(t)$ produce una función $F(s)$ in el dominio imagen que puede utilizarse para encontrar, a través de métodos algebraicos, la solución de una ecuación diferencial lineal que involucra a la función $f(t)$. Los pasos necesarios para este tipo de solución son los siguientes:

- (1) Utilizando la transformada de Laplace se convierte la EDO lineal que involucra a $f(t)$ a una ecuación algebraica equivalente.
- (2) La incógnita de esta ecuación algebraica, $F(s)$, se despeja en el dominio imagen a través de la manipulación algebraica.
- (3) Se utiliza una transformada inversa de Laplace para convertir la función imagen obtenida en el paso anterior a la solución de la ecuación diferencial que involucra a $f(t)$.

Transformadas de Laplace y sus inversas en la calculadora

La calculadora provee las funciones LAP y ILAP para calcular transformadas de Laplace y transformadas inversas de Laplace, respectivamente, de una función $f(VX)$, en la cual VX es la variable independiente del CAS (usualmente 'X'). La calculadora produce la transformada de Laplace o la inversa como una la función de X. Las funciones LAP y ILAP se encuentran disponibles en el menú CALC/DIFF. Los ejemplos siguientes se presentan en modo RPN. Su conversión a modo ALG es relativamente simple.

Ejemplo 1 – Para obtener la definición de la transformada de Laplace en la calculadora utilídense las siguientes instrucciones: 'f(X)'(ENTER) LAP en modo RPN, o LAP(F(X)) modo ALG. La calculadora produce los resultados siguientes (modo RPN, a la izquierda; modo ALG, a la derecha):



Compare estas expresiones con la definición siguiente:

$$L\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} dt,$$

Nótese que en la definición de la calculadora la variable CAS, X, en la pantalla reemplaza a la variable s in esta definición. Por lo tanto, cuando se utiliza la función LAP se obtiene una función de X que representa la transformada de Laplace de f(X).

Ejemplo 2 – Determinése la transformada inversa de Laplace de la función $F(s) = 1/(s+1)^2$. Utilícese:

$$'1/(X+1)^2' (ENTER) ILAP$$

El resultado es 'X·e^{-X}', que se interpreta como $L^{-1}\{1/(s+1)^2\} = t \cdot e^{-t}$.

Series de Fourier

Una serie compleja de Fourier se define por la expresión

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \cdot \exp\left(\frac{2in\pi}{T}\right),$$

en la cual

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cdot \exp\left(\frac{2 \cdot i \cdot n \cdot \pi}{T} \cdot t\right) \cdot dt, \quad n = -\infty, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty.$$

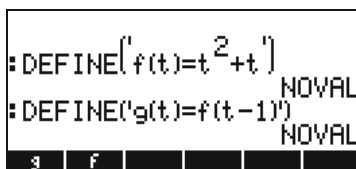
La función FOURIER

La función FOURIER provee los coeficientes c_n de la forma compleja de la serie de Fourier dada la función $f(t)$ y el valor de n . La función FOURIER requiere que el valor del período, T , de la función T -periódica, se almacene en la variable CAS denominada PERIOD antes de activar la función FOURIER. La función FOURIER está disponible en el sub-menú DERIV dentro del menú CALC (\leftarrow CALC).

Serie de Fourier para una función cuadrática

Determinense los coeficientes c_0 , c_1 , y c_2 para la función $g(t) = (t-1)^2 + (t-1)$, con período $T = 2$.

Utilizando la calculadora en modo ALG, se definen las funciones $f(t)$ y $g(t)$ como se muestra a continuación:



A continuación, se selecciona el sub-directorio CASDIR bajo el directorio HOME para cambiar el valor de la variable PERIOD:

\leftarrow (mantener presionada) UPDR ENTER VAR \leftarrow ENTER 2 STOP \leftarrow ENTER

```

:NOVAL
:HOME NOVAL
:CASDIR NOVAL
:2▶PERIOD NOVAL
2
PRIMI|CASIN|MODUL|REALA|PERIO|VX

```

Selecciónese nuevamente el sub-directorio donde se definieron las funciones f y g , y calcúlense los coeficientes. Selecciónese el modo Complex para el CAS (véase el Capítulo 2) antes de ejecutar el ejercicio. La función COLLECT se encuentra disponible en el menú ALG (\rightarrow ALG).

<pre> :FOURIER(g(X),0) 2 0 2 g f </pre>	<pre> :COLLECT(ANS(1)) 2 0 2 1 3 g f </pre>
<pre> :FOURIER(g(X),1) 1 3 2·i·π+4 π 2 g f </pre>	<pre> :COLLECT(ANS(1)) π² i·π+2 π² g f </pre>
<pre> :FOURIER(g(X),2) π² i·π+1 π 2 g f </pre>	<pre> :COLLECT(ANS(1)) π² i·π+1 2·π² g f </pre>

En este caso, $c_0 = 1/3$, $c_1 = (\pi \cdot i + 2)/\pi^2$, $c_2 = (\pi \cdot i + 1)/(2\pi^2)$.

La serie de Fourier para este caso se escribe, utilizando tres elementos, de la forma siguiente:

$$g(t) \approx \text{Re}[(1/3) + (\pi \cdot i + 2)/\pi^2 \cdot \exp(i \cdot \pi \cdot t) + (\pi \cdot i + 1)/(2\pi^2) \cdot \exp(2 \cdot i \cdot \pi \cdot t)].$$

Referencia

Para ver definiciones adicionales, aplicaciones, y ejercicios en la solución de las ecuaciones diferenciales, utilizando transformadas de Laplace, y series y transformadas de Fourier, así como métodos numéricos y gráficos, véase el Capítulo 16 en la guía del usuario de la calculadora.

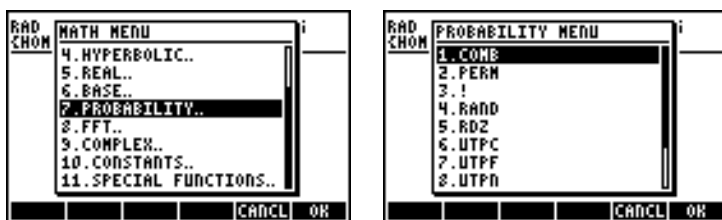
Capítulo 15

Distribuciones de probabilidad

En este Capítulo se proveen ejemplos de aplicaciones de las distribuciones de probabilidad predefinidas en la calculadora.

El sub-menú MTH/PROBABILITY.. - parte 1

El sub-menú MTH/PROBABILITY.. es accesible a través de la secuencia de teclas \leftarrow MTH . Habiendo seleccionado la opción "CHOOSE boxes" para señal de sistema número 117, el menú PROBABILITY.. presenta las siguientes funciones:



En esta sección se discuten las funciones COMB, PERM, ! (factorial), RAND, y RDZ.

Factoriales, combinaciones, y permutaciones

El factorial de un número entero n se define como: $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$. Se adopta la convención de que, $0! = 1$.

Los factoriales se utilizan en el cálculo del número permutaciones y combinaciones de objetos y elementos. Por ejemplo, el número de permutaciones de r elementos tomados de una colección de n elementos distintos se calcula como

$${}_n P_r = n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1) = n!/(n-r)!$$

Así mismo, el número de combinaciones de r elementos de una colección de n elementos distintos se calcula como:

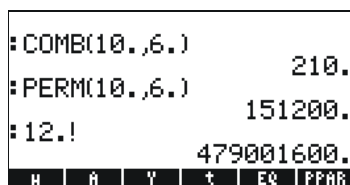
$$\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

En la calculadora se pueden calcular combinaciones, permutaciones, y factoriales utilizando las funciones COMB, PERM, y ! localizadas en el

sub-menú MTH/PROBABILITY... La operación de estas funciones se describe a continuación:

- $\text{COMB}(n,r)$: Combinaciones de n elementos tomados de r en r
- $\text{PERM}(n,r)$: Permutaciones de n elementos tomados de r en r
- $n!$: Factorial de un número entero positivo. Cuando x no es entero, $x!$ Calcula la función $\Gamma(x+1)$, en la cual $\Gamma(x)$ es la función Gamma (véase el Capítulo 3). El símbolo del factorial (!) se puede obtener usando la secuencia de teclas ALPHA \rightarrow 2 .

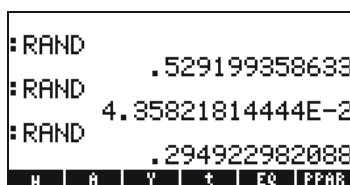
Algunos ejemplos de aplicación de estas funciones se muestran a continuación:



```
: COMB(10.,6.)          210.  
: PERM(10.,6.)         151200.  
: 12.!                  479001600.  
H | A | Y | t | EQ | PPAR
```

Números aleatorios

La calculadora posee un generador de números aleatorios que produce un número real uniformemente distribuido entre 0 y 1. Para generar un número aleatorio, utilícese la función RAND (“RANDom” es “aleatorio” en inglés) en el sub-menú MTH/PROBABILITY. La siguiente figure muestra varios números aleatorios producidos con la función RAND.



```
: RAND          .529199358633  
: RAND          4.35821814444E-2  
: RAND          .294922982088  
H | A | Y | t | EQ | PPAR
```

Detalles adicionales sobre números aleatorios en la calculadora se proveen en el Capítulo 17 de la guía del usuario. Específicamente el uso de la función RDZ para recomenzar listas de números aleatorios se presenta en detalle en el capítulo 17 de la guía del usuario.

El sub-menú MTH/PROBABILITY.. - parte 2

En esta sección se presentan cuatro distribuciones de probabilidades que se utilizan regularmente para resolver problemas relacionados a la inferencia estadística, a saber: la distribución normal, la distribución de Student, la distribución de Chi cuadrada (χ^2), y la distribución F. Las funciones disponibles en la calculadora para evaluar probabilidades en estas distribuciones son NDIST, UTPN, UTPT, UTPC, y UTPF. Estas funciones están disponibles in el menú MTH/PROBABILITY presentado anteriormente. Para obtener estas funciones actívese el menú MTH (\leftarrow MTH) y seleccíonese la opción PROBABILITY:



La distribución normal

Las funciones NDIST y UTPN están relacionadas con la distribución normal (o de Gauss) con media μ y varianza σ^2 .

Para calcular el valor de la función de densidad de probabilidades, o fdp, $f(x)$, para la distribución normal, utilícese la función $NDIST(\mu, \sigma^2, x)$. Por ejemplo, verifíquese que para una distribución normal, $NDIST(1.0, 0.5, 2.0) = 0.20755374$. La función NDIST es útil si se desea graficar la fdp de la distribución normal.

La calculadora así mismo provee la función UTPN para calcular la probabilidad del extremo superior de la distribución normal, es decir, $UTPN(\mu, \sigma^2, x) = P(X > x) = 1 - P(X < x)$, en la cual $P()$ representa una probabilidad. Por ejemplo, verifíquese que para una distribución normal, con parámetros $\mu = 1.0$, $\sigma^2 = 0.5$, $UTPN(1.0, 0.5, 0.75) = 0.638163$.

La distribución de Student

La distribución de Student-t, o distribución t, posee un solo parámetro v , que se conoce como “los grados de libertad” de la distribución. La calculadora provee valores del extremo superior de la función de distribución acumulativa, utilizando la función UTPT, dados los valores de v y t , es decir, $UTPT(v,t) = P(T>t) = 1-P(T<t)$. Por ejemplo, $UTPT(5,2.5) = 2.7245...E-2$.

La distribución Chi cuadrada

La distribución Chi cuadrada (χ^2) posee un solo parámetro v , que se conoce como “los grados de libertad” de la distribución. La calculadora provee valores del extremo superior de la función de distribución acumulativa, utilizando la función UTPC, dados los valores de v y x . La definición de esta función es la siguiente: $UTPC(v,x) = P(X>x) = 1 - P(X<x)$. Por ejemplo, $UTPC(5, 2.5) = 0.776495...$

La distribución F

La distribución F requiere 2 parámetros $vN =$ grados de libertad del numerador, y $vD =$ grados de libertad del denominador. La calculadora provee valores del extremo superior de la función de distribución acumulativa, utilizando la función UTPF, dados los parámetros vN y vD , y el valor de F . La definición de esta función es $UTPF(vN,vD,F) = P(S >F) = 1 - P(S <F)$. Por ejemplo, $UTPF(10,5, 2.5) = 0.1618347...$

Referencia

El Capítulo 17 en la guía del usuario presenta información adicional sobre estas distribuciones y otras distribuciones de probabilidades.

Capítulo 16

Aplicaciones Estadísticas

La calculadora provee las siguientes opciones de cálculos estadísticos accesibles a través de la combinación de teclas $\left(\rightarrow\right)$ $\underline{\text{STAT}}$ (la tecla $\left(\text{5}\right)$):



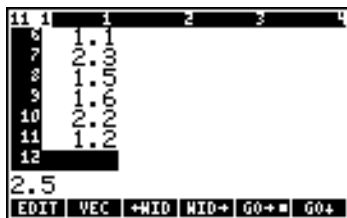
Entrada de datos

Las operaciones numeradas 1, 2, y 4 en la lista anterior requieren que los datos a operarse estén disponibles como columnas de la matriz ΣDAT . Una manera de llevar esto a cabo es teclear los datos en columnas utilizando el escritor de matrices, $\left(\leftarrow\right)$ $\underline{\text{MTRV}}$, y posteriormente utilizando la función $\text{STO}\Sigma$ para almacenar la matriz en la variable ΣDAT .

Por ejemplo, escríbanse los siguientes datos usando el escritor de matrices (véanse los Capítulos 8 ó 9 en esta guía), y almacénense los datos en ΣDAT :

2.1 1.2 3.1 4.5 2.3 1.1 2.3 1.5 1.6 2.2 1.2 2.5.

La pantalla en este ejercicio lucirá como se muestra a continuación:



Nótese la existencia de la variable ANS en la lista de las teclas del menú.

Una manera más simple de entrar datos estadísticos es lanzar la aplicación de estadística (como por ejemplo *Single-var*, *Frequencies* o *Summary stats*, consulte la ilustración anterior) y presione F01 . Esto lanzará el escritor de matrices. Entre los datos como lo ha hecho anteriormente. En este caso, cuando salga del escritor de matrices, los datos entrados se guardarán automáticamente en ΣDAT .

variable utilizando la secuencia de teclas: \rightarrow STAT $\left[\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix} \right]$. Los resultados son los siguientes:

```
Variance: 31.0395728643
Total: (-85.)
Maximum: 9.
Minimum: (-9.)
EDAT | EPAR | CASD |
```

Esta información indica que los datos se extienden entre los valores de -9 a 9. Para producir la distribución de frecuencias utilizaremos el intervalo (-8,8) que se dividirá en 8 clases, cada una con una longitud igual a 2.

- Seleccione la opción **2. Frequencies..** utilizando \rightarrow STAT $\left[\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix} \right]$. Los datos se encuentran ya almacenados en la variable Σ DAT, y la opción Col deberá tener el valor 1 asignado, dado que la matriz Σ DAT posee una sola columna.
- Cámbiense los valores de X-Min a -8, Bin Count a 8, y Bin Width a 2, y después presiónese la tecla $\left[\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix} \right]$.

Cuando se utiliza el modo RPN, los resultados de la distribución de frecuencias se muestran como un vector columna en el nivel 2 de la pantalla, y como un vector fila de dos componentes en el nivel 1. El vector en el nivel 1 representa el número de valores extremos (outliers) localizados fuera del intervalo usado para definir las clases, es decir, fuera del intervalo (-8,8). Para el presente ejemplo, el autor obtuvo los valores [14. 8.], lo que indica la existencia de 14 valores menores que -8 y 8 valores mayores que 8. en el vector Σ DAT vector.

- Presiónese $\left[\leftarrow \right]$ para remover el vector en el nivel 1. El resultado en el nivel 1 es el conteo de frecuencias en los datos en Σ DAT.

Las clases para esta distribución de frecuencias son las siguientes: -8 a -6, -6 a -4, ..., 4 a 6, y 6 a 8, es decir, 8 clases, con conteos de frecuencias correspondientes, para este ejemplo, de:

23, 22, 22, 17, 26, 15, 20, 33.





Este resultado implica que hay 23 valores en la clase [-8,-6], 22 en [-6,-4], 22 en [-4,-2], 17 en [-2,0], 26 en [0,2], 15 en [2,4], 20 en [4,6], y 33 en [6,8]. Uno puede verificar que al sumar estas frecuencias junto con los valores extremos indicados anteriormente, 14 y 8, se obtiene el número total de datos en la muestra, es decir, 200.

Ajustando datos a la función $y = f(x)$


La opción **3. Fit data..**, disponible en el menú STAT, puede utilizarse para ajustar funciones de tipo lineal, logarítmico, exponencial, y de potencia a una colección de datos (x,y) , almacenados en la matriz Σ DAT. Para utilizar esta opción se necesitan al menos dos columnas de datos en la variable Σ DAT.

Por ejemplo, para ajustar una relación lineal a los siguientes datos:

x	y
0	0.5
1	2.3
2	3.6
3	6.7
4	7.2
5	11

- Almacénense los datos en las columnas de la matriz Σ DAT utilizando el escritor de matrices, y la función $\text{STO}\Sigma$.
- Para activar la opción **3. Fit data..**, utilícense las siguientes teclas:     La forma interactiva mostrará la matriz Σ DAT, ya existente. De ser necesario, cámbiense los valores en la forma interactiva de manera que luzca como se muestra a continuación:



- Para efectuar el ajuste de datos a la función . El resultado de esta función, que se muestra a continuación para este ejemplo en particular, consiste de las siguientes tres líneas en modo RPN:




```
3: '0.195238095238 + 2.00857242857*X'  
2: Correlation: 0.983781424465  
1: Covariance: 7.03
```

El nivel 3 muestra la forma de la ecuación resultante. El nivel 2 muestra el coeficiente de correlación de la muestra, y el nivel 1 muestra la co-

varianza de x - y . Las definiciones de estos parámetros se presentan en el Capítulo 18 de la guía del usuario.


Ejemplos e información adicionales en lo que se refiere al ajuste de datos a funciones se presentan así mismo en el Capítulo 18 de la guía del usuario.

Medidas estadísticas adicionales

La función **4. Summary stats..** en el menú STAT puede utilizarse en el cálculo de medidas estadísticas adicionales de la muestra. Para comenzar, presiónense las teclas  **STAT** una vez más, selecciónese la cuarta opción en la lista utilizando a tecla direccional vertical , y presiónese . La forma interactiva que resulta contiene las siguientes opciones:







Σ DAT: la matriz con los datos de interés.

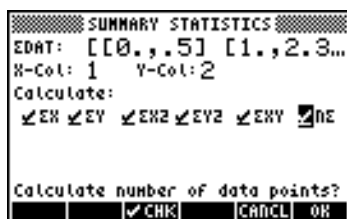
X-Col, Y-Col: estas opciones se aplican en el caso de que la matriz Σ DAT tenga más de dos columnas. En principio, la columna x es la columna 1, y la columna y es la columna 2. Si existe solamente una columna, la única opción posible es **X-Col: 1**.

$_ \Sigma X _ _ \Sigma Y \dots$: medidas estadísticas que uno puede escoger como resultado de esta función al seleccionar las opciones deseadas presionando la tecla  en la opción apropiada.

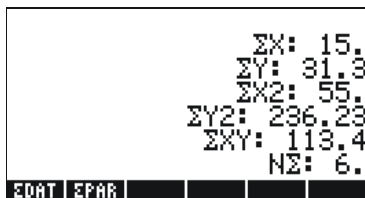
Estas medidas estadísticas se utilizan para calcular estadísticas de las dos variables (x, y) que pueden estar relacionadas a un ajuste de datos a la función $y = f(x)$. La presente función, por lo tanto, puede considerarse como complementaria a la función **3. Fit data..** que se presentó anteriormente.

Por ejemplo, para los datos x - y data almacenados en la variable Σ DAT, se obtendrán medidas estadísticas adicionales de la siguiente manera:




- Para activar la opción **summary stats...**, utilícense las teclas:
 **STAT**    
- Selecciónense los números de las columnas en Σ DAT correspondiente a los datos x - y . En el presente ejemplo selecciónese: X-Col: 1, y Y-Col: 2.
- Utilizando la tecla  selecciónense todas las medidas estadísticas, disponibles en la forma SUMMARY STATISTICS, es decir, $_ \Sigma X _ _ \Sigma Y \dots$, etc.

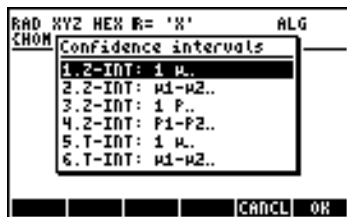


- Presiónese  para obtener los siguientes resultados:



Intervalos de confianza

La función **6. Conf Interval** puede activarse al presionar las teclas  **STAT**  . Esta función ofrece las siguientes opciones:



Estas opciones se interpretan como se muestra a continuación:

1. Z-INT: 1μ .: Intervalo de confianza para la media de la población, μ , cuando se conoce la varianza de la población, o, si ésta es desconocida, cuando la muestra es una muestra grande.
2. Z-INT: $\mu_1 - \mu_2$.: Intervalo de confianza para la diferencia de las medias de dos poblaciones, $\mu_1 - \mu_2$, ya sea que se conozcan las varianzas de las poblaciones, o si éstas son desconocidas, cuando se utilizan muestras grandes.
3. Z-INT: $1 p$.: Intervalo de confianza para una proporción, p , para muestras grandes cuando la varianza de la población es desconocida.
4. Z-INT: $p_1 - p_2$.: Intervalo de confianza para la diferencia de dos proporciones, $p_1 - p_2$, para muestras grandes cuando las varianzas de las poblaciones son desconocidas.

5. T-INT: 1μ .: Intervalo de confianza para la media de la población, μ , para una muestra pequeña cuando la varianza de la población es desconocida.
6. T-INT: $\mu_1 - \mu_2$.: Intervalo de confianza para la diferencia de las medias de dos poblaciones, $\mu_1 - \mu_2$, para muestras pequeñas cuando la varianza de las poblaciones son desconocidas.

Ejemplo 1 – Determinése el intervalo de confianza para la media de una población si una muestra de 60 elementos tiene un valor medio de $\bar{x} = 23.3$, y la desviación estándar es $s = 5.2$. Utilícese un valor de $\alpha = 0.05$. El nivel de confianza es $C = 1 - \alpha = 0.95$.

Seleccione la opción 1 del menú mostrado anteriormente al presionar la tecla **01**. Escriba los datos conocidos en la forma interactiva titulada CONF. INT.: 1μ , KNOWN σ , como se muestra en la siguiente figura:



Presiónese la tecla **HELP** para mostrar una pantalla que explica el significado del intervalo de confianza en términos de números aleatorios generados por la calculadora. Para ver el resto de la pantalla explicativa, utilícese la tecla direccional vertical **▽**. Presiónese **01** para abandonar la pantalla explicativa y regresar a la forma interactiva mostrada anteriormente.

Para calcular el intervalo de confianza, presiónese **01**. Los resultados mostrados en la pantalla son los siguientes:



Presiónese la tecla **GRAPH** para ver una gráfica mostrando el intervalo de confianza calculado:

1. Z-Test: 1μ .: Prueba de hipótesis para la muestra de la población, μ , cuando se conoce la varianza de la población, o para muestras grandes cuando no se conoce la varianza de la población.
2. Z-Test: $\mu_1 - \mu_2$.: Prueba de hipótesis para la diferencia de las medias de dos poblaciones, $\mu_1 - \mu_2$, cuando se conocen las varianzas de las dos poblaciones, o si éstas son desconocidas, cuando se utilizan dos muestras grandes.
3. Z-Test: $1 p$.: Prueba de hipótesis para una proporción, p , para muestras grandes cuando no se conoce la varianza de la población.
4. Z-Test: $p_1 - p_2$: Prueba de Hipótesis para la diferencia de dos proporciones, $p_1 - p_2$, para muestras grandes cuando se desconocen las varianzas de las poblaciones.
5. T-Test: 1μ .: Prueba de hipótesis para la muestra de la población, μ , cuando se desconoce la varianza de la población y la muestra es pequeña.
6. T-Test: $\mu_1 - \mu_2$.: Prueba de hipótesis para la diferencia de las medias de dos poblaciones, $\mu_1 - \mu_2$, cuando se desconocen las varianzas de las dos poblaciones, y las muestras son pequeñas.

Ejécute el siguiente ejercicio:

Ejemplo 1 – Dado $\mu_0 = 150$, $\sigma = 10$, $\bar{x} = 158$, $n = 50$, con nivel de significado $\alpha = 0.05$, pruébese la hipótesis $H_0: \mu = \mu_0$, usando la hipótesis alterna, $H_1: \mu \neq \mu_0$.

Presiónese $\left[\rightarrow \right]$ $\left[\text{STAT} \right]$ $\left[\uparrow \right]$ $\left[\uparrow \right]$ $\left[\text{OK} \right]$ para activar la opción de prueba de hipótesis. Presiónese $\left[\text{OK} \right]$ para seleccionar la opción 1. Z-Test: 1μ .

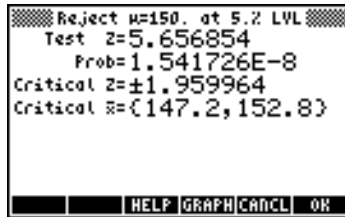
Escribanse los datos siguientes y presiónese la tecla $\left[\text{OK} \right]$:



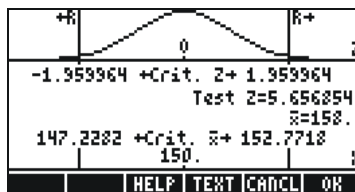
La calculadora solicita una hipótesis alterna:



Selecciónese $\mu \neq 150$, y presiónese la tecla . El resultado es:



Por lo tanto, rechazamos la hipótesis $H_0: \mu = 150$, a favor de la hipótesis alterna $H_1: \mu \neq 150$. El valor z de la prueba es $z_0 = 5.656854$. El valor P es 1.54×10^{-8} . Los valores críticos para la prueba son $\pm z_{\alpha/2} = \pm 1.959964$, que corresponden al rango crítico para \bar{x} de $\{147.2, 152.8\}$. Esta información puede observarse gráficamente al presionar la tecla de menú :



Referencia

Información adicional sobre los análisis estadísticos, incluyendo definiciones y aplicaciones estadísticas más avanzadas, se presentan en el Capítulo 18 de la guía del usuario.

Capítulo 17

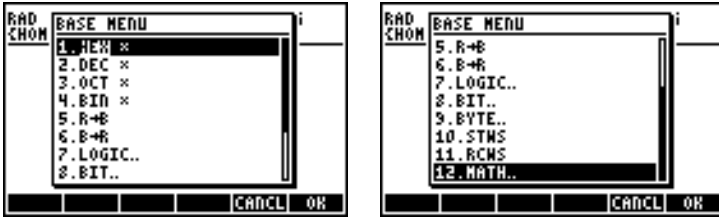
Números en bases diferentes

Además de nuestro sistema decimal (base 10, dígitos = 0-9), es posible utilizar un sistema binario (base 2, dígitos = 0,1), un sistema octal (base 8, dígitos = 0-7), o un sistema hexadecimal (base 16, dígitos =0-9,A-F), entre muchos sistemas numéricos. De la misma manera en que el número entero de base 10, 321 representa la operación $3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 1 \times 10^0$, el número 100110, en notación binaria, representa la operación:

$$1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 32 + 0 + 0 + 4 + 2 + 0 = 38.$$

El menú BASE

El menú BASE se activa a través de las teclas \leftarrow BASE (la tecla \leftarrow 3). Habiendo seleccionado la opción CHOOSE boxes para la señal de sistema número 117 (véase el Capítulo 1), el menú BASE mostrará las siguientes opciones:





Por otro lado, si se selecciona la opción SOFT menus para la señal de sistema número 117, el menú BASE muestra entonces las siguientes opciones:



Esta figura indica que las opciones LOGIC, BIT, y BYTE en el menú BASE representan sub-menús y no simplemente funciones. Estos menús se presentan en detalle en el Capítulo 19 de la guía del usuario.

Escritura de números no decimales

Los números en sistemas no decimales, a los que se les refiere como enteros binarios (binary integers), se escriben en la calculadora precedidos del símbolo # ( #__). Para seleccionar la base numérica para los enteros binarios, úsese una de las siguientes funciones HEX (adecimal), DEC (imal), OCT (al), o BIN (ario) en el menú BASE. Por ejemplo, si se selecciona , los enteros binarios serán números hexadecimales, por ejemplo, #53, #A5B, etc. A medida que se seleccionan diferentes sistemas numéricos, los números se convierten automáticamente a la nueva base.

Para escribir un número en un sistema particular, escríbase el número comenzando con el símbolo # y terminando con la letra h (hexadecimal), d (decimal), o (octal), ó b (binario). Algunos ejemplos se muestran a continuación. El sistema numérico activo se identifica encima de las figuras.

HEX

```
: # A2F0h
: # 2BC10h      # A2F0h
: # 125h        # 2BC10h
: #             # 125h
HEX | DEC | OCT | BIN | R←B | B←R
```

DEC

```
: # 41712d
: # 179216d     # 41712d
: # 293d        # 179216d
: #             # 293d
HEX | DEC | OCT | BIN | R←B | B←R
```

OCT

```
: # 121360o
: # 536020o     # 121360o
: # 445o        # 536020o
: #             # 445o
HEX | DEC | OCT | BIN | R←B | B←R
```

BIN

```
: # 1010001011110000b
: # 1010001011110000b
: # 101011110000010000b
: # 101011110000010000b
: # 100100101b
: # 100100101b
HEX | DEC | OCT | BIN | R←B | B←R
```

Referencia

Para mayor información sobre números en diferentes bases numéricas véase el Capítulo 19 en la guía del usuario.

Capítulo 18

Utilizando tarjetas de memoria SD

La calculadora cuenta con una ranura para tarjeta de memoria en la cual se puede insertar una tarjeta SD flash para copiar objetos de reserva, o para transferir objetos de otros equipos a la calculadora. La Tarjeta SD en la calculadora aparecerá como Puerto número 3.

Insertar y eliminar una tarjeta SD

La ranura SD está situada en la parte inferior de la calculadora, justo debajo de las teclas. Las tarjetas SD deben insertarse mirando hacia abajo. La mayoría tienen una etiqueta en lo que podría considerarse normalmente como parte superior de la tarjeta. Si está sosteniendo la HP 50g con el teclado mirando hacia arriba, este lado de la tarjeta SD debería mirar hacia abajo o alejándose de usted mientras la inserta a la HP 50g. La tarjeta entra en la ranura en casi toda su longitud y necesitará algo más de fuerza para insertarla totalmente. Una tarjeta totalmente insertada queda casi nivelada con la carcasa, dejando únicamente el borde superior visible.

Para extraer la tarjeta SD, apague la HP 50g, presione suavemente en el lado que queda expuesto de la tarjeta y empuje hacia el interior. La tarjeta debería saltar de la ranura un poco, permitiendo en este momento una sencilla extracción.

Formatear una tarjeta SD

La mayoría de las tarjeta SD ya vienen formateadas, pero se podrían formatear de nuevo con un sistema de ficheros incompatible con la HP 50g. La HP 50g solo funciona con tarjetas en el formato FAT16 o FAT32.

Puede formatear una tarjeta SD en un PC, o desde la calculadora. Si utiliza la calculadora para ello (siguiendo el método que describimos a continuación), asegúrese de que su calculadora tiene pilas nuevas o casi nuevas.

Nota: formatear una tarjeta SD borrará todos los datos que contenga en ese momento.

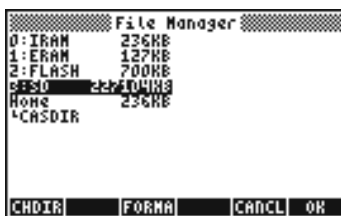
1. Inserte la tarjeta SD en la ranura (como se explicó en la sección anterior).

2. Mantenga presionada la tecla **ON** y, a continuación, presione la tecla **F4**. Suelte la tecla **F4** y, a continuación, pulse la tecla **ON**. Aparecerá el menú del sistema, en donde observará diversas opciones.
3. Presione **0** para **FORMAT**. Comenzará el proceso de formateo.
4. Una vez terminando el proceso de formateo, verá aparecerá el mensaje "FORMAT FINISHED. PRESS ANY KEY TO EXIT" en la HP 50g. Para salir del menú del sistema, mantenga pulsada la tecla **ON**, presione y suelte la tecla **F3** y, a continuación, pulse la tecla **ON**.

La tarjeta SD está lista para ser utilizada. Se habrá formateado en el formato FAT32.

Acceder a objetos en una tarjeta SD

Acceder a un objeto en la tarjeta SD es un procedimiento similar al que se produce cuando hay un objeto situado en los puertos 0, 1, ó 2. No obstante, el Puerto 3 no aparecerá en el menú cuando esté utilizando la función **LIB** (**→** **LIB**). Los ficheros de la SD solo pueden manipularse con el **Filer**, o **File Manager** (**←** **FILES**). Cuando lo inicie, la vista de tipo árbol sería:



Las tarjetas SD soportan ficheros de nombres largos, pero se visualizan en formato 8.3 en el **Filer** (es decir, sus nombres quedan truncados a 8 caracteres y se añade una extensión de carácter como sufijo). Aparecerá en pantalla el tipo de cada objeto, excepto cuando sea un objeto PC o un objeto de tipo desconocido. (En estos casos, se lista su tipo como una String.)

Además de utilizar las operaciones del **File Manager**, puede utilizar sus funciones **STO** y **RCL** para almacenar objetos y llamarlos como se muestra a continuación.

Almacenando objetos en la Tarjeta SD

Uno puede almacenar objetos solamente en la raíz de la tarjeta SD, es decir, no se puede construir un sistema de directorios en el Puerto 3 (Esta opción podría incluirse en una futura versión del sistema operativo ROM). Para almacenar un objeto, utilícese la función STO como se muestra a continuación:

- En modo algebraico:
Escríbase el objeto, presiónese **STO**, escríbase el nombre del objeto utilizando puerto 3 (por ejemplo, **#3:VAR1**), presiónese **ENTER**.
- En modo RPN:
Escríbase el objeto, escríbase el nombre del objeto utilizando puerto 3 (por ejemplo, **#3:VAR1**), presiónese **STO**.

Observe que si el nombre del objeto que intenta almacenar en una tarjeta SD supera los 8 caracteres, aparecerá en formato DOS 8.3 DOS en el puerto 3 en el Filer una vez que se guarde en la tarjeta.

Copiando un objeto de la tarjeta SD

Para copiar un objeto de la tarjeta SD a la pantalla, utilícese la función RCL, como se muestra a continuación:






- En modo algebraico:
Presiónese **← RCL**, escríbase el nombre del objeto utilizando el Puerto 3 (por ejemplo, **#3:VAR1**), presiónese **ENTER**.
- En modo RPN:
Escríbase el nombre del objeto utilizando el Puerto 3 puerto 3 (por ejemplo, **#3:VAR1**), presiónese **← RCL**.

Utilizando la función RCL es posible reinstalar variables indicando una referencia con directorios, por ejemplo, en modo RPN: **#3: (path) ENTER RCL**. La referencia de directorios, similar a aquellas utilizadas en DOS, es una serie de nombres de directorios que, juntos, especifican las variables dentro del sistema de directorios. De be indicarse, sin embargo, que algunas variables almacenadas en un objeto de reserva no pueden relacionarse con una referencia de directorio. En este caso, el objeto de reserva completo (por ejemplo, un directorio) tendrá que reinstalarse, y, posteriormente, accederse a las variables individuales en pantalla.

Observe que en el caso de los objetos con nombres largos, puede especificar el nombre completo del objeto, o su nombre truncado en 8.3, al emitir un comando RCL.


Eliminando objetos de la tarjeta SD

Para eliminar un objeto de la tarjeta SD en la pantalla, utilícese la función PURGE, como se muestra a continuación:




- En modo algebraico:
Presiónese  , escríbase el nombre del objeto utilizando el Puerto 3 (por ejemplo, $\text{3} \text{VAR1}$), presiónese .
- En modo RPN:
Escríbase el nombre del objeto utilizando el Puerto 3 (por ejemplo, $\text{3} \text{VAR1}$), presiónese  .

Observe que en el caso de los objetos con nombres largos, puede especificar el nombre completo del objeto, o su nombre truncado en 8.3, al emitir un comando PURGE.

Purgar todos los objetos en la tarjeta SD (reformateando)

Puede purgar todos los objetos de la tarjeta SD reformateándola. Cuando se inserta una tarjeta SD, verá aparecer  como ítem adicional en el menú en el File Manager. Seleccionar esta opción reformateará toda la tarjeta, un proceso en el cual también se borran todos los objetos de la tarjeta.

Especificar un directorio en una tarjeta SD

Puede almacenar, rellamar, evaluar y purgar objetos de los directorios de una tarjeta SD. Recuerde que para trabajar con un objeto en el nivel *root* de una tarjeta SD, se debe usar la tecla . Pero al trabajar con un objeto en un subdirectorio, el nombre del path del directorio debe incluirse también usando las teclas  .

Por ejemplo, suponga que guarda un objeto llamado PROG1 en un directorio llamado PROGS en una tarjeta SD. Con este objeto en el primer nivel de la pantalla, presione:

Así se guardará el objeto que anteriormente se hallaba en la pantalla en la tarjeta SD en el directorio llamado PROGS en un objeto PROG1. Nota: Si no existe el directorio PROGS, se creará automáticamente.

Puede especificar cualquier número de subdirectorios anidados. Por ejemplo, para referirse a un objeto en un subdirectorio de tercer nivel, la sintaxis sería:

$\text{:3:} \text{"DIR1/DIR2/DIR3/NAME"}$

Observe que presionar    produce el carácter barra hacia adelante.



Capítulo 19

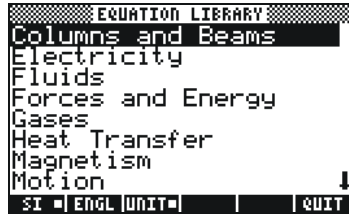
La biblioteca de ecuaciones

La biblioteca es un conjunto de ecuaciones y comandos que le permitirá resolver simples problemas científicos y de ingeniería. La biblioteca consiste de más de 300 ecuaciones agrupadas en 15 temas técnicos en los que se cuentan más de 100 títulos de problemas. Cada título de problema contiene una o más ecuaciones que le ayudarán a resolver el tipo de problema al que se enfrenta..

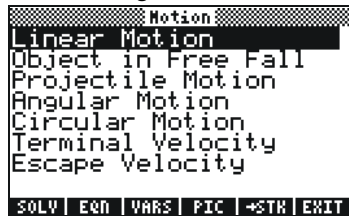
Nota: los ejemplos que encontrará en este capítulo asumen que el modo de operación es el RPN y que se ha seleccionado la bandera – 117 (Debería seleccionarse la bandera –117 siempre que use el resolvidor numéricos para resolver ecuaciones en la biblioteca de ecuaciones).

Ejemplo: Examinar la ecuación establecida para Movimiento de un proyectil.

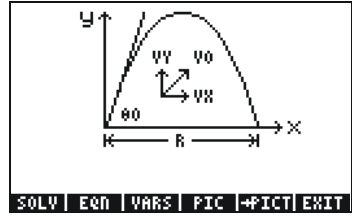
Paso 1: Fije la pantalla a 2 decimales y abra la aplicación de Biblioteca de ecuaciones. (Si no hay bandera en  y  con pequeños cuadros, presione cualquiera de las teclas de menú correspondientes una vez).



Paso 2: Seleccione el área Motion y abra su catálogo.



Paso 3: Seleccione Projectile Motion y observe el diagrama que describe el problema.



Paso 4: Visualice las cinco ecuaciones del conjunto Projectile Motion. Se utilizan las cinco y pueden intercambiarse para poder resolver las variables que faltan (véase el ejemplo siguiente).



```
5. OF 5. *
R = (V0^2 / 9) * SIN(2*theta)
```

SOLV | DNEQ | VARS | PIC | STN | EXIT

Paso 5: Examine las variables usadas por el conjunto de la ecuación.



y según se necesite

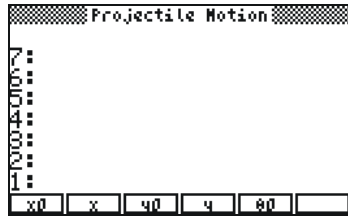
```
Projectile Motion
x0: init x-position
x: final x-position
y0: init y-position
y: final y-position
theta: initial angle
v0: initial velocity
vx: x-velocity
vy: y-velocity
```

SOLV | EQN | VARS | PIC | STN | EXIT

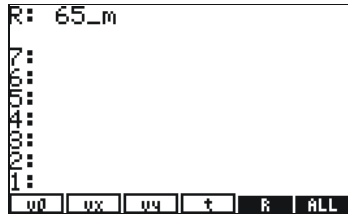
Use ahora este conjunto de ecuaciones para responder las cuestiones del siguiente ejemplo.

Ejemplo: De acuerdo con sus estimaciones, un portero profesional puede chutar la pelota a una distancia (R) de 65 metros por el campo a un ángulo de elevación (θ) de 50 grados. ¿A qué velocidad (v_0) la puntean? ¿Qué altura alcanza la pelota a mitad de camino en su vuelo? ¿Qué distancia alcanzaría la pelota si se golpease con la misma velocidad pero con una elevación de sólo 30 grados de elevación? (Ignore los efectos de la fuerza inversa de la pelota).

Step 1: Iniciemos la resolución del problema.



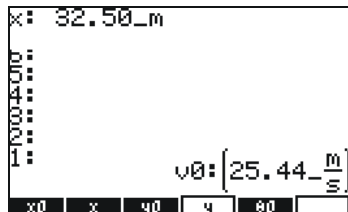
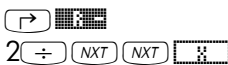
Step 2: Entre los valores conocidos y presione la tecla del menú correspondiente a la variable. (Puede asumir que x_0 e y_0 son cero.) Observe que las etiquetas del menú cambian a negro según guarda valores. (Necesitará presionar **NXT** para ver las variables mostradas inicialmente).



Step 3: Resuelva la velocidad, v_0 . (resuelve una variable presionando **←** y, a continuación, la tecla de la variable).



Step 4: Rellame la gama, R , divida por 2 para obtener la mitad de la distancia y étrela como *coordinada* x. Observe que presionar la versión cambiada a la derecha de la tecla del menú de una variable causa que la calculadora rellame su valor a pantalla. (El pequeño cuadro cerca de la R en la etiqueta del menú indica que se usó en el cálculo anterior).



Step 5: Resuelva la altura, y . Observe que la calculadora encuentre los valores de las demás variables según los necesite (mostrados por los pequeños cuadros) para resolver la variable específica.

\leftarrow \boxed{V}

$\boxed{1}$: \boxed{y} : (19.37_m)
 $\boxed{x0}$ \boxed{x} $\boxed{y0}$ \boxed{y} $\boxed{80}$

Step 6: Entre el nuevo valor del ángulo de la elevación (30 grados),
guarde la velocidad previamente computada (v_0) y resuelva R .

30 $\boxed{\text{DEG}}$

$\boxed{1}$: \boxed{R} : (57.16_m)
 $\boxed{v0}$ \boxed{vx} \boxed{vy} \boxed{t} \boxed{R} \boxed{RLL}

\rightarrow \boxed{L} $\boxed{v0}$

\leftarrow \boxed{R}

Reference

For additional details on the Equation Library, see Chapter 27 in the calculator's User's Guide.

Garantía Limitada

Período de garantía de HP 50g calculadora gráfica: 12 meses.

1. HP le garantiza a usted, cliente usuario final, que el hardware HP, accesorios y complementos están libres de defectos en los materiales y mano de obra tras la fecha de compra, durante el período arriba especificado. Si HP recibe notificación sobre algún defecto durante el período de garantía, HP decidirá, a su propio juicio, si reparará o cambiará los productos que prueben estar defectuosos. El cambio de productos puede ser por otros nuevos o semi-nuevos.
2. HP le garantiza que el software HP no fallará en las instrucciones de programación tras la fecha de compra y durante el período arriba especificado, y estará libre de defectos en material y mano de obra al instalarlo y usarlo. Si HP recibe notificación sobre algún defecto durante el período de garantía, HP cambiará el software cuyas instrucciones de programación no funcionan debido a dichos defectos.
3. HP no garantiza que el funcionamiento de los productos HP será de manera ininterrumpida o estará libre de errores. Si HP no puede, dentro de un período de tiempo razonable, reparar o cambiar cualquier producto que esté en garantía, se le devolverá el importe del precio de compra tras la devolución inmediata del producto junto con el comprobante de compra.
4. Los productos HP pueden contener partes fabricadas de nuevo equivalentes a nuevas en su rendimiento o que puedan haber estado sujetas a un uso incidental.
5. La garantía no se aplica a defectos que resulten de (a) un mantenimiento o calibración inadecuados o inapropiados, (b) software, interfaces, partes o complementos no suministrados por HP, (c) modificación no autorizada o mal uso, (d) operación fuera de las especificaciones ambientales publicadas para el producto, o (e) preparación del lugar o mantenimiento inapropiados.
6. HP NO OFRECE OTRAS GARANTÍAS EXPRESAS O CONDICIONES YA SEAN POR ESCRITO U ORALES. SEGÚN LO ESTABLECIDO POR LAS LEYES LOCALES, CUALQUIER GARANTÍA IMPLÍCITA O CONDICIÓN DE MERCANTIBILIDAD, CALIDAD SATISFACTORIA O ARREGLO PARA UN PROPÓSITO PARTICULAR, ESTÁ LIMITADA A LA DURACIÓN DE LA GARANTÍA EXPRESA ESTABLECIDA MÁS ARRIBA. Algunos países, estados o provincias no permiten limitaciones en la duración de una garantía implícita, por lo que la limitación o exclusión anterior podría no aplicarse a usted. Esta garantía podría también

tener otros derechos legales específicos que varían de país a país, estado a estado o provincia a provincia.

7. SEGÚN LO ESTABLECIDO POR LAS LEYES LOCALES, LOS REMEDIOS DE ESTE COMUNICADO DE GARANTÍA SON ÚNICOS Y EXCLUSIVOS PARA USTED. EXCEPTO LO INDICADO ARRIBA, EN NINGÚN CASO HP O SUS PROVEEDORES SERÁN RESPONSABLES POR LA PÉRDIDA DE DATOS O POR DAÑOS DIRECTOS, ESPECIALES, INCIDENTALES, CONSECUENTES (INCLUYENDO LA PÉRDIDA DE BENEFICIOS O DATOS) U OTROS DAÑOS, BASADOS EN CONTRATOS, AGRAVIO ETCÉTERA. Algunos países, estados o provincias no permiten la exclusión o limitación de daños incidentales o consecuentes, por lo que la limitación o exclusión anterior puede que no se aplique a usted.
8. Las únicas garantías para los productos y servicios HP están expuestas en los comunicados expresos de garantía que acompañan a dichos productos y servicios. HP no se hará responsable por omisiones o por errores técnicos o editoriales contenidos aquí.

PARA LAS TRANSACCIONES DEL CLIENTE EN AUSTRALIA Y NUEVA ZELANDA: LOS TÉRMINOS DE GARANTÍA CONTENIDOS EN ESTE COMUNICADO, EXCEPTO LO PERMITIDO POR LA LEY, NO EXCLUYEN, RESTRINGEN O MODIFICAN LOS DERECHOS DE ESTATUTOS DE MANDATORIA APLICABLES A LA VENTA DE ESTE PRODUCTO PARA USTED Y SE AGREGAN A ELLOS.

Servicio

Europa

País:	Números de teléfono
Austria	+43-1-3602771203
Bélgica	+32-2-7126219
Dinamarca	+45-8-2332844
Países del este de Europa	+420-5-41422523
Finlandia	+35-8-9640009
Francia	+33-1-49939006
Alemania	+49-69-95307103
Grecia	+420-5-41422523
Holanda	+31-2-06545301
Italia	+39-02-75419782
Noruega	+47-6-3849309
Portugal	+351-22-9570200
España	+34-915-642095
Suecia	+46-8-51992065
Suiza	+41-1-4395358 (Grecia)
	+41-22-8278780 (Francia)
	+39-02-75419782 (Italia)
Turquía	+420-5-41422523
RU	+44-207-4580161
República Checa	+420-5-41422523
Sudáfrica	+27-11-2376200
Luxemburgo	+32-2-7126219
Otros países europeos	+420-5-41422523

Asia del Pacífico

País :	Números de teléfono
Australia	+61-3-9841-5211
Singapur	+61-3-9841-5211

América Latina

País :	Números de teléfono
Argentina	0-810-555-5520
Brasil	Sao Paulo 3747-7799; RDP
	0-800-1577751
Méjico	Ciudad de Méjico 5258-9922; RDP
	01-800-472-6684
Venezuela	0800-4746-8368
Chile	800-360999
Colombia	9-800-114726
Perú	0-800-10111
América central y el Caribe	1-800-711-2884
Guatemala	1-800-999-5105
Puerto Rico	1-877-232-0589
Costa Rica	0-800-011-0524

Norteamérica

País :	Números de teléfono
EE.UU.	1800-HP INVENT
Canadá	(905)206-4663 or 800-HP INVENT

RDP=Resto del país

Conéctese a <http://www.hp.com> para conocer la información más reciente sobre servicio y soporte al cliente.

Regulatory information

Federal Communications Commission Notice

This equipment has been tested and found to comply with the limits for a Class B digital device, pursuant to Part 15 of the FCC Rules. These limits are designed to provide reasonable protection against harmful interference in a residential installation. This equipment generates, uses, and can radiate radio frequency energy and, if not installed and used in accordance with the instructions, may cause harmful interference to radio communications. However, there is no guarantee that interference will not occur in a particular installation. If this equipment does cause harmful interference to radio or television reception, which can be determined by turning the equipment off and on, the user is encouraged to try to correct the interference by one or more of the following measures:

- Reorient or relocate the receiving antenna.
- Increase the separation between the equipment and the receiver.
- Connect the equipment into an outlet on a circuit different from that to which the receiver is connected.
- Consult the dealer or an experienced radio or television technician for help.

Modifications

The FCC requires the user to be notified that any changes or modifications made to this device that are not expressly approved by Hewlett-Packard Company may void the user's authority to operate the equipment.

Cables

Connections to this device must be made with shielded cables with metallic RFI/EMI connector hoods to maintain compliance with FCC rules and regulations.

Declaration of Conformity for Products Marked with FCC Logo, United States Only

This device complies with Part 15 of the FCC Rules. Operation is subject to the following two conditions: (1) this device may not cause harmful interference, and (2) this device must accept any interference received, including interference that may cause undesired operation.

For questions regarding your product, contact:

Hewlett-Packard Company
P. O. Box 692000, Mail Stop 530113
Houston, Texas 77269-2000

Or, call
1-800-474-6836

For questions regarding this FCC declaration, contact:

Hewlett-Packard Company
P. O. Box 692000, Mail Stop 510101
Houston, Texas 77269-2000

Or, call
1-281-514-3333

To identify this product, refer to the part, series, or model number found on the product.

Canadian Notice

This Class B digital apparatus meets all requirements of the Canadian Interference-Causing Equipment Regulations.

Avis Canadien

Cet appareil numérique de la classe B respecte toutes les exigences du Règlement sur le matériel brouilleur du Canada.



European Union Regulatory Notice

This product complies with the following EU Directives:

- Low Voltage Directive 73/23/EEC
- EMC Directive 89/336/EEC

Compliance with these directives implies conformity to applicable harmonized European standards (European Norms) which are listed on the EU Declaration of Conformity issued by Hewlett-Packard for this product or product family.

This compliance is indicated by the following conformity marking placed on the product:

 <p>This marking is valid for non-Telecom products and EU harmonized Telecom products (e.g. Bluetooth).</p>	 <p>This marking is valid for EU non-harmonized Telecom products. *Notified body number (used only if applicable - refer to the product label)</p>
--	---

Japanese Notice

この装置は、情報処理装置等電波障害自主規制協議会（VCCI）の基準に基づくクラスB情報技術装置です。この装置は、家庭環境で使用することを目的としていますが、この装置がラジオやテレビジョン受信機に近接して使用されると、受信障害を引き起こすことがあります。

取扱説明書に従って正しい取り扱いをしてください。

Korean Notice

B급 기기 (가정용 정보통신기기)

이 기기는 가정용으로 전자파적합등록을 한 기기로서
주거지역에서는 물론 모든지역에서 사용할 수 있습니다.

Eliminación de residuos de equipos eléctricos y electrónicos por parte de usuarios particulares en la Unión Europea



Este símbolo en el producto o en su envase indica que no debe eliminarse junto con los desperdicios generales de la casa. Es responsabilidad del usuario eliminar los residuos de este tipo depositándolos en un "punto limpio" para el reciclado de residuos eléctricos y electrónicos. La recogida y el reciclado selectivos de los residuos de aparatos eléctricos en el momento de su eliminación contribuirá a

conservar los recursos naturales y a garantizar el reciclado de estos residuos de forma que se proteja el medio ambiente y la salud. Para obtener más información sobre los puntos de recogida de residuos eléctricos y electrónicos para reciclado, póngase en contacto con su ayuntamiento, con el servicio de eliminación de residuos domésticos o con el establecimiento en el que adquirió el producto.